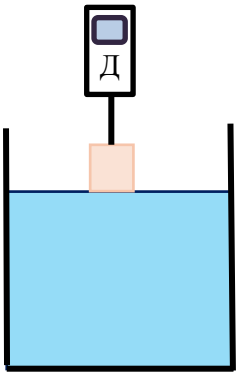
ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ФИЗИКА. 2026–2027 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 8 КЛАСС

ОТВЕТЫ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Максимальный балл за работу – 50 баллов.

Задание № 1.

Изучение пемзы



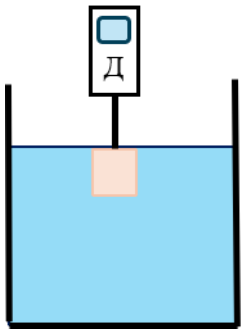
Юный экспериментатор Влад решил исследовать свойства пемзы. Пемза – пористая вулканическая горная порода, образующаяся при быстром застывании насыщенной газами лавы, поэтому внутри пемзы имеется большое количество воздушных пор.

Для проведения эксперимента Влад взял два одинаковых кубика пемзы, электронный динамометр, секундомер и большую ёмкость с водой.

Сначала Влад подвесил кубик пемзы на динамометре так, чтобы нижняя грань кубика касалась поверхности воды. Вода постепенно заполняла поры пемзы, поднимаясь по ним под действием капиллярных эффектов, из-за чего показания динамометра изменялись. Влад поддерживал уровень воды в сосуде на высоте нижней грани кубика, при необходимости доливая воду в сосуд. В таблице ниже представлены снятые Владом показания динамометра F в определённые моменты времени t (значение $t = 0$ соответствует моменту касания кубика воды):

F, Н	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	…	13,5
t, с	0	25	100	225	400	…	5625

После последнего измерения показания динамометра перестали изменяться, так как все поры по всему объёму пемзы заполнились водой.



Затем Влад взял второй сухой кубик пемзы и быстро погрузил его в воду. В начальный момент времени, пока вода ещё не успела начать заполнение пор в кубике, Владу приходилось давить на кубик с вертикальной силой $F_0 = 4$ Н для того, чтобы он был полностью погружён в воду. Плотность воды равна 1000 кг/м^3. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ Н/кг.

Вопрос 1. Чему равен объём V кубика пемзы? Ответ дайте в $см^3$, округлив до целого числа. **(2 балла)**

Вопрос 2. Чему равна плотность материала $\rho_{мат}$, из которого состоят стенки пор пемзы, то есть плотность вещества без учёта пустот? Ответ дайте в г/$см^3$, округлив до десятых. **(3 балла)**

Вопрос 3. Предположим, что зависимость силы от времени в первом опыте на начальном этапе, когда показания динамометра менялись, можно описать функцией $F = F_н + \sqrt{(t/\alpha)}$, где $F_н$ и α – некоторые константы. На какую долю своего объёма погрузится в воду кубик пемзы из первого опыта, если отсоединить его от динамометра через $t_x = 13$ минут после начала измерений? Ответ округлите до сотых. **(4 балла)**

Критерии оценивания: точное совпадение с ответом.

Максимальный балл за задание – 9 баллов.

Матрица параметров к вариантам задания 1.

№ варианта	F_0, Н	t_x, мин
1	4	13
2	3,5	10
3	4,5	12
4	3,8	11
5	4,2	10

Решение:

Когда во втором опыте кубик полностью погружён в воду и удерживается динамометром, действующим вертикально вниз с силой F_0, условие равновесия может быть записано как:

$$F_0 + m_{сух} \cdot g = \rho_в \cdot V \cdot g,$$

где $m_{сух}$ – масса сухого кубика пемзы. В начальный момент первого опыта показания динамометра равны силе тяжести сухого кубика, то есть

$$F_{нач} = m_{сух} \cdot g = 6 \text{ Н}.$$

Тогда можно выразить значение объёма кубика как:

$$V = \frac{F_0 + F_{нач}}{\rho_в \cdot g} = 1000 \text{ см}^3.$$

Пусть объём пор равен $V_{пор}$. Тогда показания динамометра в конечный момент времени могут быть записаны как:

$$F_{\text{кон}} = \left(m_{\text{сух}} + \rho_{\text{в}} V_{\text{пор}}\right) \cdot g.$$

С учётом выражения для начальной силы получаем для объёма пор:

$$V_{\text{пор}} = \frac{F_{\text{кон}} - F_{\text{нач}}}{\rho_{\text{в}} g}.$$

Тогда плотность сухого вещества пемзы составляет:

$$\rho_{\text{мат}} = \frac{m_{\text{сух}}}{V - V_{\text{пор}}} = \frac{F_{\text{нач}} \cdot \rho_{\text{в}}}{F_0 + 2F_{\text{нач}} - F_{\text{кон}}} = 2{,}4\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$$

Определим константы $F_{\text{н}}$ и α. Вначале выберем момент времени $t = 0$, при этом показания динамометра были равны $F_{\text{нач}} = 6{,}0$ Н. С другой стороны, из формулы для зависимости получается $F = F_{\text{н}}$. Таким образом, $F_{\text{н}} = F_{\text{нач}}$.

Чтобы определить константу α, можно выбрать любой момент времени t и соответствующие ему показания динамометра $F(t)$.

Тогда из $F(t) = F_{\text{н}} + \sqrt{(t/\alpha)}$ получается $\alpha = \frac{t}{(F(t) - F_{\text{н}})^2}$. При подстановке любой пары количественных значений из таблицы находим

$$\alpha = 100\ \frac{\text{с}}{\text{Н}^2}.$$

Тогда через время $t_x = 13$ мин $= 780$ с значение показаний динамометра составит:

$$F(t_x) = 6 + \sqrt{\frac{780}{100}} = 6 + \sqrt{7{,}8} = 6 + 2{,}8 = 8{,}8\ \text{Н}.$$

Масса воды, впитавшейся к этому моменту:

$$m_{\text{воды}}(t_x) = \frac{F(t_x) - F_{\text{нач}}}{g}.$$

Теперь, если отцепить кубик от динамометра, он начнёт плавать или тонуть в зависимости от средней плотности. Средняя плотность кубика с впитавшейся водой:

$$\rho_{\text{ср}} = \frac{m_{\text{сух}} + m_{\text{воды}}(t_x)}{V}.$$

Так как $\rho_{\text{ср}} < \rho_{\text{в}}$, кубик будет плавать, погружаясь на такую долю x, чтобы сила Архимеда уравновесила силу тяжести пемзы и воды в ней:

$$\rho_{\text{в}} \cdot (xV) \cdot g = \left(m_{\text{сух}} + m_{\text{воды}}(t_x)\right) \cdot g,$$

$$x = \frac{m_{\text{сух}} + m_{\text{воды}}(t_x)}{\rho_{\text{в}} \cdot V} = \frac{F(t_x)}{F_0 + F_{\text{нач}}} = 0{,}88.$$

Матрица ответов к вариантам задания 1.

№ варианта	V, см^3	$\rho_{\text{мат}}$, г/см^3	x
1	1000	2,4	0,88
2	950	3,0	0,89
3	1050	2,0	0,83
4	980	2,6	0,87
5	1020	2,2	0,83

Задание № 2.

Два товарища

Двое друзей, Миша и Коля, стояли рядом и горячо спорили, а их робот-компаньон – пёс по кличке Персик – внимательно слушал. В какой-то момент спор перерос в ссору, и товарищи разошлись в противоположные стороны, двигаясь прямолинейно и равномерно. Персик, запрограммированный на нейтралитет, решил всё время оставаться точно посередине между Мишей и Колей. Для этого ему пришлось направиться в сторону Миши с некоторой постоянной скоростью.

Известно, что за время $t_0 = 5$ минут Персик прошёл путь $S_{\text{п}} = 300$ м, а к концу этого времени расстояние между Мишей и Колей составило $L = 900$ м.

Вопрос 1. С какой скоростью двигался Миша $v_{\text{М0}}$? Ответ дайте в м/с, округлите до десятых. **(3 балла)**

Вопрос 2. С какой скоростью двигался Коля $v_{\text{К}}$? Ответ дайте в м/с, округлите до десятых. **(2 балла)**

Спустя время t_0 после начала ссоры Миша задумался о перемирии и начал плавно изменять свою скорость по закону:

$$v_{\text{М}}(t) = v_{\text{М0}} - 0{,}1 \cdot t,$$

где t – время в секундах, прошедшее с момента начала изменения скорости Миши, $v_{\text{М0}}$ – скорость Миши, найденная в первом вопросе (в м/с).

Коля продолжил двигаться с прежней постоянной скоростью. Персик по-прежнему оставался ровно посередине между друзьями.

Вопрос 3. Через какое время после начала изменения скорости Миши скорость Персика станет равной нулю? Ответ выразите в секундах и округлите до целого числа. **(2 балла)**

Вопрос 4. Какое расстояние пройдёт Персик к этому моменту времени от момента начала движения? Ответ выразите в метрах и округлите до целого числа. **(3 балла)**

Критерии оценивания: точное совпадение с ответом.

Максимальный балл за задание – 10 баллов.

Матрица параметров к вариантам задания 2.

№ варианта	t_0**, мин**	S**П, м**	L**, м**
1	5	300	900
2	6	400	1000
3	7	500	1500
4	8	550	1400
5	10	600	1500

Решение:

Скорость Персика на первом участке может быть записана как отношение пройденного им расстояния ко времени движения:

$$v_{\text{П}} = \frac{S_{\text{П}}}{t_0}.$$

Введём ось координат, направленную от места ссоры в сторону Миши. Пусть начало координат совпадает с местом ссоры. Координата Персика $x_{\text{п}}$ тогда может быть вычислена как полусумма координат Миши и Коли.

$$x_{\text{П}} = \frac{x_{\text{М}} + x_{\text{К}}}{2}.$$

Так же будут связаны и изменения их координат:

$$\Delta x_{\text{П}} = \frac{\Delta x_{\text{М}} + \Delta x_{\text{К}}}{2}.$$

Разделим обе части уравнения на время, за которое произошли изменения, и получим выражение для скорости Персика:

$$v_{\text{П}} = \frac{v_{\text{М0}} - v_{\text{К}}}{2}.$$

Знак «минус» перед скоростью Коли связан с тем, что он движется в отрицательном направлении оси Ox.

Расстояние между друзьями за время t выросло до L, значит:

$$v_{\text{М0}} + v_{\text{К}} = \frac{L}{t_0}.$$

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} v_{\text{М0}} - v_{\text{К}} = 2\dfrac{S_{\text{П}}}{t_0} \\ v_{\text{М0}} + v_{\text{К}} = \dfrac{L}{t_0} \end{cases}.$$

Отсюда скорость Миши на первом участке:

$$v_{\text{М0}} = \frac{S_{\text{П}}}{t_0} + \frac{L}{2t_0} = 2{,}5\ \text{м/с}.$$

И скорость Коли:

$$v_{\text{К}} = \frac{L}{2t_0} - \frac{S_{\text{П}}}{t_0} = 0{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Спустя время t_0 после начала движения скорость Миши меняется по закону:

$$v_{\text{М}}(t) = v_{\text{М0}} - 0{,}1 \cdot t.$$

Скорость Коли остаётся постоянной и равна $v_{\text{К}} = 0{,}5\ \text{м/с}$. Скорость Персика обратится в ноль, если ребята будут удаляться друг от друга с равными по модулю скоростями:

$$|v_{\text{К}}| = |v_{\text{М}}(t)|.$$

Подставляем закон изменения:

$$v_{\text{К}} = \ v_{\text{М0}} - 0{,}1 \cdot t.$$

Тогда время движения с переменной скоростью составляет

$$t = \frac{v_{\text{М0}} - v_{\text{К}}}{0{,}1} = \frac{2S_{\text{П}}}{0{,}1t_0} = 20\ \text{с}.$$

Координата Коли в конечный момент времени равна $x_{\text{К}} = -v_{\text{К}}(t_0 + t)$. Координата Миши равна пройденному им пути, поскольку он всегда двигался в положительном направлении оси Ox. Путь Миши на первом отрезке движения (с постоянной скоростью) равен $S_{\text{М1}} = v_{\text{М0}}t_0$. На втором отрезке движения его скорость линейно уменьшалась от $v_{\text{М0}}$ до $v_{\text{К}}$. Путь на втором отрезке может быть найден по средней скорости Миши: $S_{\text{М2}} = \frac{v_{\text{М0}}+v_{\text{К}}}{2}t$. Значит, координата Миши в конечный момент будет равна $x_{\text{М}} = v_{\text{М0}}t_0 + \frac{v_{\text{М0}}+v_{\text{К}}}{2}t$.

Координата Персика тогда будет равна

$$x_{\text{П}} = \frac{x_{\text{М0}} + x_{\text{К}}}{2} = \frac{v_{\text{М0}}t_0 + \dfrac{v_{\text{М0}} + v_{\text{К}}}{2}t - v_{\text{К}}(t_0 + t)}{2} = S_{\text{П}}\left(1 + \frac{S_{\text{П}}}{0{,}1t_0^2}\right).$$

Таким же будет путь Персика $S_{\text{П общ}}$, поскольку он всё время двигался в положительном направлении оси Ox.

Матрица ответов к вариантам задания 2.

№ варианта	$v_{\text{М0}}$**, м/с**	$v_{\text{К}}$**, м/с**	t**, с**	$S_{\text{П общ}}$**, м**
1	2,5	0,5	20	310
2	2,5	0,3	22	412
3	3,0	0,6	24	514
4	2,6	0,3	23	563
5	2,2; 2,3	0,2; 0,3	20	610

Задание № 3.

Сыпучие материалы

Объём кузова самосвала КАМАЗ составляет $V = 10$ м^3. Если загрузить кузов крупными камнями ровно доверху, масса груза будет равна $m_{\text{к}} = 16$ тонн. Если загрузить кузов сухим песком ровно доверху, масса груза будет равна

$m_{\text{п}} = 15$ тонн. Находчивый инженер загрузил кузов камнями доверху, а затем засыпал сухой песок во все пустоты между камнями так, что кузов был снова заполнен доверху. В результате общая масса груза составила $M = 22$ тонны. Известно, что плотность твёрдого вещества у камней и у песчинок одинаковая.

Вопрос 1. Чему равняется насыпная плотность $\rho_{\text{нас}}$ песка? Насыпная плотность – это физическая характеристика сыпучих материалов, которая показывает массу единицы объёма материала в свободно насыпанном состоянии, то есть с учётом не только объёма самих частиц, но и пустот между ними. Ответ дайте в кг/м^3, округлив до целого числа. **(1 балл)**

Вопрос 2. Чему равна плотность вещества камней (и песчинок) ρ? Ответ дайте в кг/м^3, округлив до целого числа. **(3 балла)**

Вопрос 3. Чему равен объём воздушных полостей (пор) v в одном кубическом метре сухого песка? Ответ дайте в м^3, округлив до сотых. **(3 балла)**

Вопрос 4. Если вместо сухого песка засыпать между камнями мокрый песок, то есть песок, все поры которого полностью заполнены водой, то какова будет общая масса $M_{\text{м}}$ груза в кузове? Ответ дайте в тоннах, округлив до десятых. Плотность воды равна 1000 кг/м^3. **(3 балла)**

Критерии оценивания: точное совпадение с ответом.

Максимальный балл за задание – 10 баллов.

Матрица параметров к вариантам задания 3.

№ варианта	V, м³	$m_к$, т	$m_п$, т	M, т
1	10	16	15	22
2	12	10	20	24
3	15	15	20	27
4	16	16	22	30
5	20	19	25	33

Решение:

По определению насыпной плотности:

$$\rho_{\text{нас}} = \frac{m_{\text{п}}}{V} = 1500\ \text{кг/м}^3.$$

Пусть объём вещества камней $V_{\text{к}}$. Тогда для песка, засыпанного в пустоты между камнями, можно записать:

$$M - m_{\text{к}} = (V - V_{\text{к}})\rho_{\text{нас}}.$$

Отсюда объём камней:

$$V_{\text{к}} = V\left(1 - \frac{M - m_{\text{к}}}{m_{\text{п}}}\right).$$

Тогда плотность вещества камней составит

$$\rho = \frac{m_{\text{к}}}{V_{\text{к}}} = \frac{m_{\text{к}}}{V\left(1 - \frac{M - m_{\text{к}}}{m_{\text{п}}}\right)} \approx 2667\ \text{кг/м}^3.$$

Для поиска пустотности песка разделим разность объёма кузова и объёма песка в нём на объём кузова:

$$v = \frac{V - \frac{m_{\text{п}}}{\rho}}{V} = 1 - \frac{m_{\text{п}}}{m_{\text{к}}}\left(1 - \frac{M - m_{\text{к}}}{m_{\text{п}}}\right) = \frac{M - m_{\text{п}}}{m_{\text{к}}} \approx 0{,}44\,.$$

Таким образом, в каждом кубическом метре песка содержится 0,44 кубических метра воздуха.

Объём сухого песка во втором случае равнялся $V - V_{\text{к}} = V\frac{M - m_{\text{к}}}{m_{\text{п}}}$, значит, объём пустот в нём составлял $vV\frac{M - m_{\text{к}}}{m_{\text{п}}} = V\frac{M - m_{\text{к}}}{m_{\text{п}}}\frac{M - m_{\text{п}}}{m_{\text{к}}}$. Если использовать мокрый песок, то, по сравнению со вторым случаем, эти пустоты будут заполнены водой, так что масса груза составит

$$M_{\text{м}} = M + \rho_{\text{в}}\, V\frac{M - m_{\text{к}}}{m_{\text{п}}}\frac{M - m_{\text{п}}}{m_{\text{к}}} \approx 23{,}8\ \text{т}.$$

Матрица ответов к вариантам задания 3.

№ варианта	$\rho_{\text{нас}}$, кг/м³	ρ, кг/м³	v, м³	$M_{\text{м}}$, т
1	1500	2667	0,44	23,7; 23,8
2	1667	2778	0,40	27,4
3	1333	2500	0,47	31,2
4	1375	2750	0,50	35,1
5	1250	2159	0,42	37,7

Задание № 4.

Зачем надо было греть?

Дачник Савелий решил заварить чай в самоваре объёмом $V = 5$ л. Начальная температура воды в самоваре $t_{\text{х}} = 20$ °C. Для нагрева воды дачник использует древесный уголь с удельной теплотой сгорания $q = 30$ МДж/кг. КПД самовара (доля тепла, идущая на нагревание воды) составляет $\eta = 40\ \% = 0{,}4$. Плотность воды и чая равна $\rho = 1000$ кг/м³, их удельная теплоёмкость

$c = 4200$ Дж/(кг·°C). Теплообменом с окружающей средой в процессе нагрева можно пренебречь.

Вопрос 1. Определите массу угля $m_{\text{уг}}$, которую необходимо сжечь, чтобы довести воду в самоваре до температуры кипения $t_1 = 100$ °C. Ответ дайте в граммах, округлив до целого числа. **(2 балла)**

Вопрос 2. После закипания воды дачник налил в кружку кипяток объёмом

$V_1 = 0{,}3$ л, но вода оказалась слишком горячей. Он добавил в кружку холодную воду из колодца объёмом $V_2 = 0{,}1$ л с температурой $t_{\text{х}}$. Найдите температуру полученной смеси $t_{\text{см}}$. Ответ дайте в градусах Цельсия, округлив до десятых. Теплообменом воды с кружкой и окружающим воздухом можно пренебречь. **(2 балла)**

Вопрос 3. Смесь всё ещё оказалась слишком горячей, и дачник вылил содержимое кружки. Он подождал, пока самовар остынет до температуры

$t_2 = 80$ °C. Дачник хотел получить в кружке $m_{\text{ит}} = 0{,}2$ кг воды с температурой $t_{\text{цель}} = 55$ °C, смешивая горячую воду из самовара и холодную воду из колодца. Найдите массу горячей воды $m_{\text{гор}}$, которую необходимо налить в кружку из самовара. Ответ дайте в граммах, округлив до целого числа. **(3 балла)**

Савелий решил, что, если охлаждать горячую воду из самовара холодной водой, чай получается слишком разбавленным, поэтому он решил использовать для охлаждения кубики льда массой $m_{\text{куб}} = 10$ г каждый. Лёд имеет температуру

$t_{\text{л}} = 0$ °C, удельная теплота плавления льда $\lambda = 334$ кДж/кг. Дачник налил

$m_0 = 0{,}2$ кг горячей воды в пустую кружку из самовара при температуре t_2 и захотел охладить эту воду до температуры ниже, чем $t_{\text{цель}}$. Он действовал следующим образом:

1) брал один кубик льда массой $m_{\text{куб}}$ и бросал его в кружку с водой;
2) дожидался, пока кубик полностью растает и установится тепловое равновесие;
3) отливал из кружки воду массой $m_{\text{куб}}$ (чтобы освободить место для следующего кубика);
4) повторял шаги 1–3 до тех пор, пока температура воды в кружке не стала ниже $t_{\text{цель}}$.

Вопрос 4. Определите, сколько кубиков льда потребуется дачнику, чтобы температура воды в кружке стала ниже $t_{\text{цель}}$. В ответе укажите минимальное необходимое количество кубиков. **(2 балла)**

Вопрос 5. Найдите конечную температуру $t_{\text{кон}}$ после последнего добавленного кубика. Значение температуры дайте в градусах Цельсия, округлив до десятых. **(3 балла)**

Критерии оценивания: точное совпадение с ответом.

Максимальный балл за задание – 12 баллов.

Матрица параметров к вариантам задания 4.

№ варианта	V**, л**	V_1**, л**	V_2**, л**	t_x**, °C**	t_2**, °C**	m_0**,** кг	$m_{\text{ит}}$**,** кг
1	5	0,3	0,1	20	80	0,2	0,2
2	6	0,25	0,1	19	90	0,15	0,15
3	7	0,2	0,05	18	82	0,25	0,25
4	8	0,35	0,15	17	75	0,3	0,3
5	9	0,3	0,15	16	70	0,3	0,3

Решение

Количество теплоты, необходимое для нагрева воды от $t_{\text{х}}$ до t_1:

$$Q_{\text{пол}} = c \cdot V \cdot \rho \cdot (t_1 - t_{\text{х}}).$$

С учётом КПД полная теплота сгорания угля:

$$Q_{\text{сгор}} = \frac{Q_{\text{пол}}}{\eta}.$$

Масса угля:

$$m_{\text{уг}} = \frac{Q_{\text{сгор}}}{q} = \frac{c \cdot V \cdot \rho \cdot (t_1 - t_{\text{х}})}{\eta \cdot q} = 140 \text{ г}.$$

Уравнение теплового баланса при смешивании:

$$c \cdot \ \rho \cdot V_1 \cdot (t_1 - t_{\text{см}}) = c \ \cdot \rho \cdot V_2 \cdot (t_{\text{см}} - t_{\text{х}}).$$

Отсюда:

$$t_{\text{см}} = \frac{V_1 t_1 + V_2 t_{\text{х}}}{V_1 + V_2} = 80{,}0 \text{ °C}.$$

Обозначим $m_{\text{хол}}$ массу холодной воды. Запишем уравнение теплового баланса и уравнение связи масс воды в кружке.

$$\begin{cases} c \cdot m_{\text{гор}} \cdot (t_2 - t_{\text{цель}}) = c \cdot m_{\text{хол}} \cdot (t_{\text{цель}} - t_{\text{х}}) \\ m_{\text{гор}} + m_{\text{хол}} = m_{\text{ит}} \end{cases}.$$

Исключая массу холодной воды, получим:

$$m_{\text{гор}} = m_{\text{ит}} \cdot \frac{t_{\text{цель}} - t_{\text{х}}}{t_2 - t_{\text{х}}} \approx 117 \text{ г}.$$

Рассмотрим один шаг процесса. Пусть перед добавлением очередного кубика в кружке находится вода массой m_0 при температуре T_{i-1}. После погружения в воду льда и его таяния у воды установится температура T_i.

Уравнение теплового баланса для содержимого кружки можно записать как:

$$\lambda m_{\text{куб}} + c m_{\text{куб}} T_i = c m_0 (T_{i-1} - T_i).$$

Отсюда температура после шага i может быть выражена как:

$$T_i = \frac{c m_0 T_{i-1} - \lambda m_{\text{куб}}}{c(m_0 + m_{\text{куб}})}.$$

После слива излишков воды температура в ёмкости не меняется. Для первого шага ($i = 1$) начальная температура $T_{i-1} = t_2$. Рассчитаем температуру в кружке после каждого последующего добавления кубика льда:

Шаг 1:

$$T_1 \approx 72{,}4 \text{ °C}.$$

Шаг 2:

$$T_2 \approx 65{,}2 \text{ °C}.$$

Шаг 3:

$$T_3 \approx 58{,}3 \text{ °C}.$$

Шаг 4:

$$T_4 \approx 51{,}7 \text{ °C} = t_{\text{кон}}.$$

После четвёртого кубика температура стала ниже 55 °C.

Из предыдущего пункта получаем $t_{\text{кон}} \approx 51{,}7$ °C.

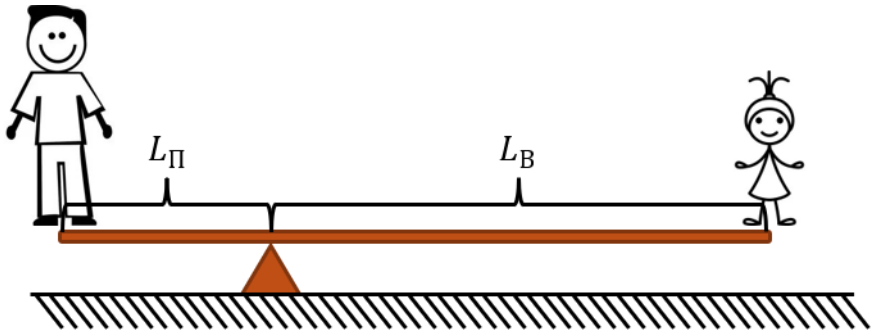
Матрица ответов к вариантам задания 4.

№ варианта	$m_{\text{уг}}$, г	$t_{\text{см}}$, °C	$m_{\text{гор}}$, г	$N_{\text{куб}}$	$t_{\text{кон}}$, °C
1	140	80,0	117	4	51,7
2	170	76,9	76	4	51,4
3	201	83,6	145	5	53,2
4	232	75,1	197	5	51,6
5	265	72,0	217	4	51,6

Задание № 5.

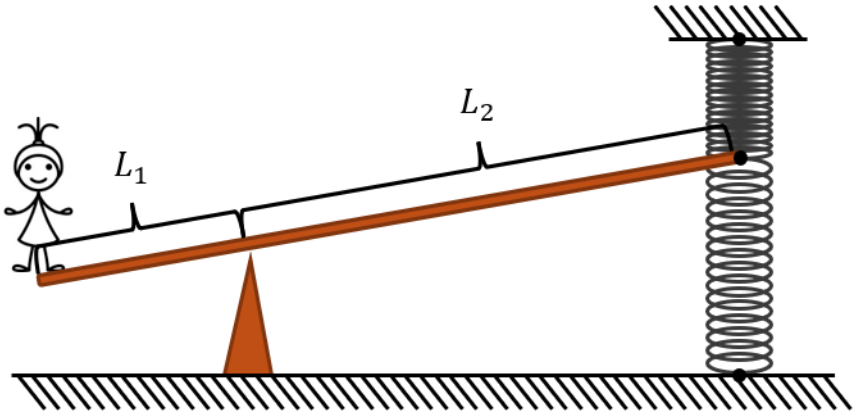
Необычные качели

Василиса с папой пришли в парк с необычными качелями и решили на них покататься. Первые качели представляют собой лёгкую доску на опоре, причём доска может перемещаться относительно опоры. Василиса и папа сели на разные концы доски. Оказалось, что для равновесного горизонтального положения длина участка доски со стороны Василисы должна была быть $L_{\text{В}} = 120$ см, а со стороны папы $L_{\text{П}} = 50$ см.



Вопрос 1. Определите, во сколько раз масса папы больше массы Василисы. Ответ дайте с точностью до сотых. **(1 балл)**

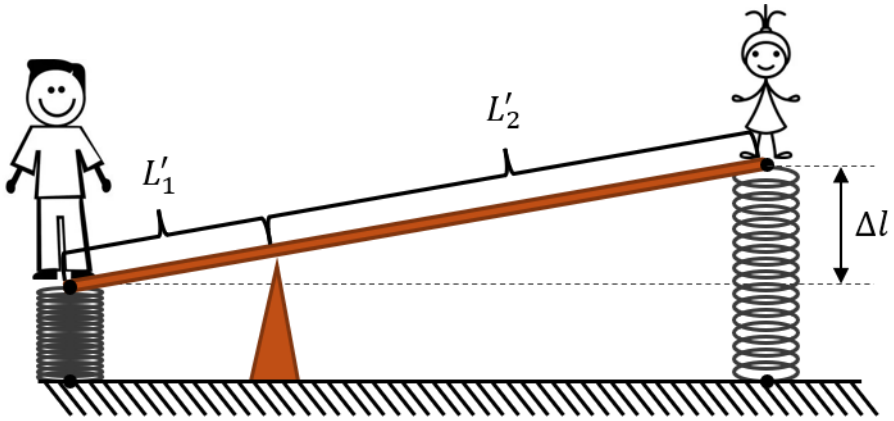
Следующие качели представляют собой лёгкую доску на опоре, к одному концу доски прикреплены две одинаковые пружины жёсткостью $k = 3$ кН/м каждая (см. рис.). В свободном состоянии доска горизонтальна, а пружины не деформированы. На второй конец доски села Василиса, при этом пружины деформировались на $\Delta L = 5$ см каждая. Длины L_1 и L_2 на рисунке равны 50 см и 70 см соответственно. Можно считать, что пружины в процессе качания остаются вертикальными. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ Н/кг.



Вопрос 2. Определите массу Василисы $m_В$. Ответ дайте в килограммах, округлите до целого числа. **(3 балла)**

Вопрос 3. Определите массу папы Василисы $m_П$. Ответ дайте в килограммах, округлите до целого числа. **(1 балл)**

Третьи качели – это закреплённая на опоре лёгкая планка, к краям которой прикреплены две одинаковые пружины (см. рис.). В свободном состоянии доска горизонтальна, а пружины не деформированы, в процессе качания пружины остаются вертикальными. Расстояния L'_1 и L'_2 **неизвестны**. Оказалось, что если папа сядет на левый конец качелей, а Василиса на правый, то расстояние между ними по вертикали составит $\Delta l = 30$ см. При этом, если они поменяются местами, папа снова окажется ниже, а расстояние между ними по вертикали будет таким же.



Вопрос 4. Определите, чему равен коэффициент жёсткости k_x пружин этих качелей. Ответ дайте в Н/м, округлите до целого числа. **(4 балла)**

Критерии оценивания:
вопросы 1-3 - точное совпадение с ответом
вопрос 4 - попадание в диапазон.

Максимальный балл за задание – 9 баллов.

Матрица параметров к вариантам задания 5.

№ варианта	$L_В$, **см**	$L_П$, **см**	k,**кН/м**	ΔL, **см**	L_1, **см**	L_2, **см**	Δl, **см**
1	120	50	3	5	50	70	30
2	100	60	4	6	30	30	25
3	110	50	3,5	7	35	25	30
4	105	60	4	8	40	30	40
5	125	50	3	4	45	70	40

Решение:

Запишем правило моментов относительно опоры для первых качелей:

$$m_В \cdot g \cdot L_В = m_П \cdot g \cdot L_П,$$

откуда получим:

$$\frac{m_П}{m_В} = \frac{L_В}{L_П} = 2{,}40.$$

Рассмотрим вторые качели. Сила упругости одной пружины равна

$$F_{упр} = k \cdot \Delta L.$$

Две пружины создают суммарную силу

$$F = 2 \cdot F_{упр} = 2k \cdot \Delta L.$$

Запишем правило моментов относительно опоры:

$$m_В \cdot g \cdot L_1 = F \cdot L_2.$$

Подставим выражение для F

$$m_В \cdot g \cdot L_1 = 2k \cdot \Delta L \cdot L_2$$

и выразим массу Василисы

$$m_В = \frac{2k \cdot \Delta L \cdot L_2}{g \cdot L_1} = 42 \text{ кг}.$$

Найдём массу папы, воспользовавшись ранее найденным отношением масс:

$$m_П = m_В \cdot \frac{L_В}{L_П} = \frac{2k \cdot \Delta L \cdot L_2}{g \cdot L_1} \cdot \frac{L_В}{L_П} \approx 101 \text{ кг}.$$

Перейдём к третьим качелям. Так как расстояние по вертикали между левым и правым концами качелей однозначно задаётся углом их поворота, то в первом и втором случаях этот угол одинаковый, различается лишь направление поворота. Это говорит об одинаковости модулей смещения концов качелей в первом и втором случаях. Обозначим эти смещения h_1 для левого конца и h_2 для правого.

Запишем уравнение моментов сил для двух случаев:

$$\begin{cases}(m_{\text{П}}g - k_x h_1)L_1' = (m_{\text{В}}g + k_x h_2)L_2' \\ (m_{\text{В}}g + k_x h_1)L_1' = (m_{\text{П}}g - k_x h_2)L_2'\end{cases}$$

Поделим уравнения друг на друга:

$$\frac{m_{\text{П}}g - k_x h_1}{m_{\text{В}}g + k_x h_1} = \frac{m_{\text{В}}g + k_x h_2}{m_{\text{П}}g - k_x h_2}.$$

После преобразований получим:

$$k_x(h_1 + h_2)(m_{\text{П}}g + m_{\text{В}}g) = (m_{\text{П}}g)^2 - (m_{\text{В}}g)^2.$$

С учётом геометрического соотношения $\Delta l = h_1 + h_2$ окончательно получим для коэффициента жёсткости пружин:

$$k_x = \frac{(m_{\text{П}} - m_{\text{В}})g}{\Delta l} = 1960 \text{ Н/м}.$$

Матрица ответов к вариантам задания 5.

№ варианта	$\frac{\boldsymbol{m_{\text{П}}}}{\boldsymbol{m_{\text{В}}}}$	$\boldsymbol{m_{\text{В}}}$, кг	$\boldsymbol{m_{\text{П}}}$, кг	$\boldsymbol{k_{\text{x}}}$, Н/м
1	2,40	42	101	[1950; 1970]
2	1,67	48	80	[1270; 1290]
3	2,20	35	77	[1390; 1410]
4	1,75	48	84	[890; 910]
5	2,50	37	93	[1390; 1410]