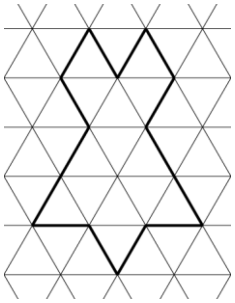
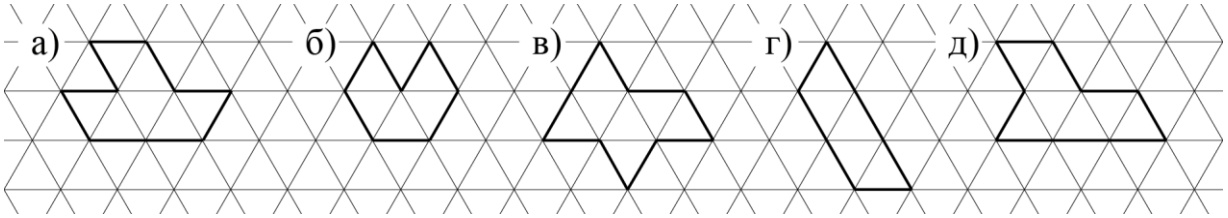
ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИКА. 2026–2027 уч. г.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 5 КЛАСС
ЗАДАНИЯ, ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

Максимальное количество баллов 32, по 4 балла за задачу.

Задача 1.
4 балла за верный ответ, частичных баллов нет.

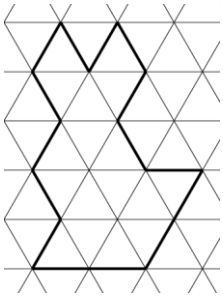
1.1. Выберите 2 части, из которых можно составить такую фигуру. Части можно поворачивать и переворачивать, но нельзя разрезать и накладывать друг на друга.

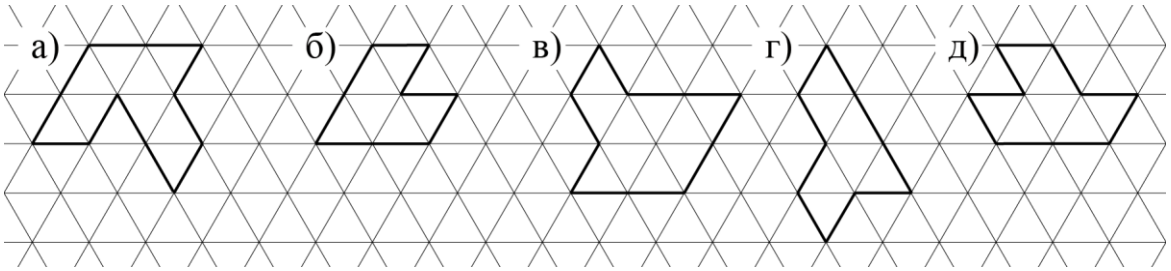




Ответ: а) и в)

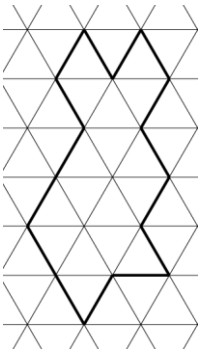
1.2. Выберите 2 части, из которых можно составить такую фигуру. Части можно поворачивать и переворачивать, но нельзя разрезать и накладывать друг на друга.

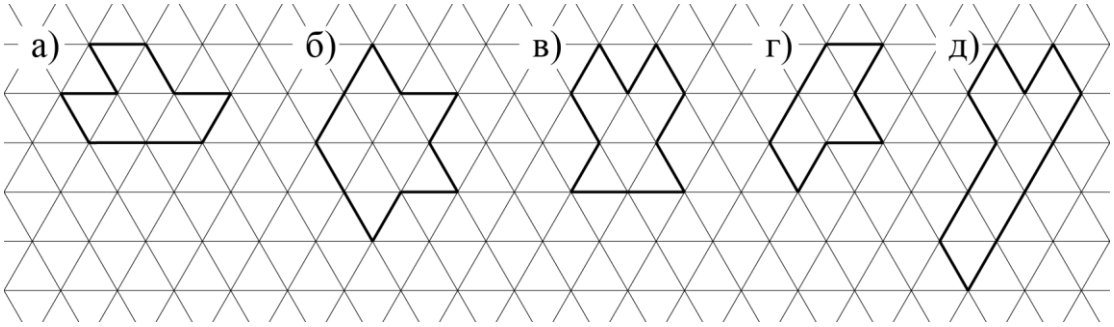




Ответ: в) и д)

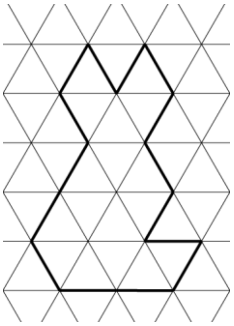
1.3. Выберите 2 части, из которых можно составить такую фигуру. Части можно поворачивать и переворачивать, но нельзя разрезать и накладывать друг на друга.

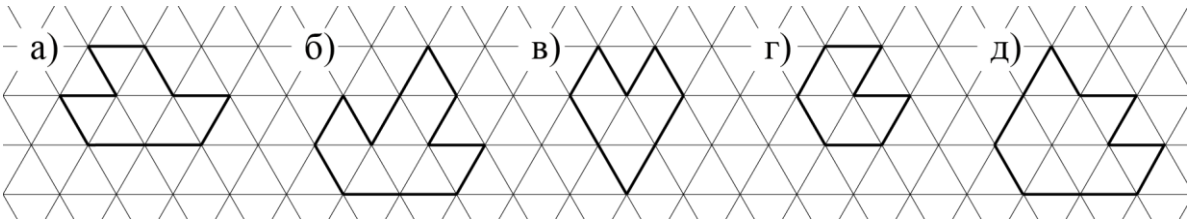




Ответ: а) и б)

1.4. Выберите 2 части, из которых можно составить такую фигуру. Части можно поворачивать и переворачивать, но нельзя разрезать и накладывать друг на друга.





Ответ: а) и д)

Комментарий 1.2.
Если посчитать количество треугольников, то в исходной фигуре их 17, а в наших 9, 6, 10, 7, 7.
17 можно получить только как 10 + 7, значит фигура в) точно есть, поместив её, мы видим какой формы фигура осталась.

Задача 2.
4 балла за верный ответ, частичных баллов нет.

2.1. Доктор Айболит раздал четырём заболевшим зверям 2026 чудодейственных конфет. Носорог получил на 2 конфеты больше, чем крокодил, бегемот – на 1 больше, чем носорог, а слон – на 2 конфеты больше, чем бегемот. Сколько чудодейственных конфет придётся съесть слону?
Ответ: 509

2.2. Доктор Айболит раздал четырём заболевшим зверям 2026 чудодейственных конфет. Носорог получил на 1 конфету больше, чем крокодил, бегемот – на 1 конфету больше, чем носорог, а слон – на 1 конфету больше, чем бегемот. Сколько чудодейственных конфет придётся съесть слону?
Ответ: 508.

2.3. Доктор Айболит раздал четырём заболевшим зверям 2026 чудодейственных конфет. Носорог получил на 1 конфету больше, чем крокодил, бегемот – на 2 конфеты больше, чем носорог, а слон – на 3 конфеты больше, чем бегемот. Сколько чудодейственных конфет придётся съесть слону?
Ответ: 510.

2.4. Доктор Айболит раздал четырём заболевшим зверям 2026 чудодейственных конфет. Носорог получил на 2 конфеты больше, чем крокодил, бегемот – на 2 конфеты больше, чем носорог, а слон – на 4 конфеты больше, чем бегемот. Сколько чудодейственных конфет придётся съесть слону?
Ответ: 511.

Решение 2.1.
Бегемот получил на 1 конфету больше, чем носорог, значит на 3 конфеты больше, чем крокодил.
Слон получил на 2 больше, чем бегемот, значит на 5 больше, чем крокодил.
Если забрать «излишки», оставив всем столько, сколько досталось крокодилу, то у животных в сумме окажется 2026 – 2 – 3 – 5 = 2016 таблеток. Т.к. осталось у всех четырёх поровну, то у каждого осталось 2016 : 4 = 504 таблетки. Так как у слона забрали 5 таблеток, то изначально ему досталось 509 таблеток.

Задача 3.
По 1 баллу за каждую верную пару, максимальный балл – 4.

3.1. Четыре девочки пришли на школьный квест, каждая вместе со своим братом. Для одного из испытаний всех восьмерых разделили на команды по два человека. В каждой команде оказались мальчик и девочка, причём мальчик был старше девочки. Кроме того, братья с сёстрами были в разных командах. Самым старшим был Артём Соколов, затем по возрасту шли Миша Волков, Катя Волкова, Илья Морозов, Лена Морозова, Кирилл Лебедев, Маша Лебедева и Оля Соколова. Соедините ребят по командам.
Ответ:
Артём Соколов – Катя Волкова
Миша Волков – Лена Морозова
Илья Морозов – Маша Лебедева
Кирилл Лебедев – Оля Соколова

3.2. Четыре девочки пришли на школьный квест, каждая вместе со своим братом. Для одного из испытаний всех восьмерых разделили на команды по два человека. В каждой команде оказались мальчик и девочка, причём мальчик был старше девочки. Кроме того, братья с сёстрами были в разных командах.
Самым старшим был Кирилл Морозов, затем по возрасту шли Артём Лебедев, Маша Лебедева, Миша Соколов, Оля Соколова, Илья Волков, Катя Волкова и Лена Морозова.
Соедините ребят по командам.
Ответ:
Кирилл Морозов – Маша Лебедева
Артём Лебедев – Оля Соколова
Миша Соколов – Катя Волкова
Илья Волков – Лена Морозова

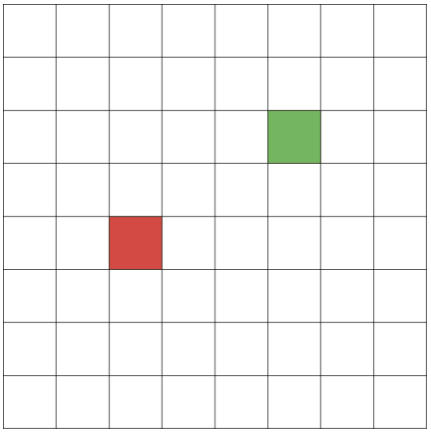
3.3. Четыре девочки пришли на школьный квест, каждая вместе со своим братом. Для одного из испытаний всех восьмерых разделили на команды по два человека. В каждой команде оказались мальчик и девочка, причём мальчик был старше девочки. Кроме того, братья с сёстрами были в разных командах.
Самым старшим был Егор Васильев, затем по возрасту шли Павел Никитин, Соня Никитина, Роман Фёдоров, Даша Фёдорова, Антон Беляев, Вера Беляева и Юля Васильева.
Соедините ребят по командам.
Ответ:
Егор Васильев – Соня Никитина
Павел Никитин – Даша Фёдорова
Роман Фёдоров – Вера Беляева
Антон Беляев – Юля Васильева

3.4. Четыре девочки пришли на школьный квест, каждая вместе со своим братом. Для одного из испытаний всех восьмерых разделили на команды по два человека. В каждой команде оказались мальчик и девочка, причём мальчик был старше девочки. Кроме того, братья с сёстрами были в разных командах.
Самым старшим был Максим Орлов, затем по возрасту шли Дима Кузнецов, Аня Кузнецова, Илья Петров, Катя Петрова, Никита Смирнов, Лена Смирнова и Оля Орлова.
Ответ:
Максим Орлов – Аня Кузнецова
Дима Кузнецов – Катя Петрова
Илья Петров – Лена Смирнова
Никита Смирнов – Оля Орлова

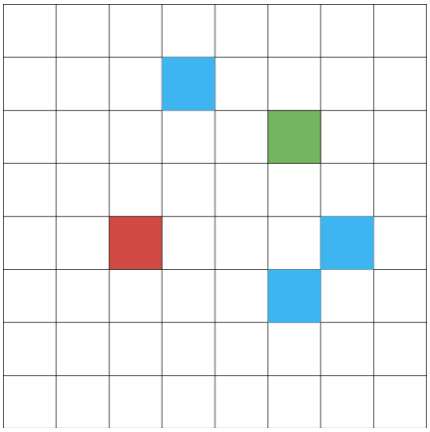
Решение 3.1.
Катя Волкова – самая высокая из девочек, выше неё только Артём Соколов и её брат Миша Волков, т.к. с братом она пару образовать не может, значит, она в паре с Артёмом Соколовым. Следующая по росту Лена Морозова. Выше неё – трое мальчиков, но Артём Соколов уже занят, и с братом она образовать пару не может, остаётся только Миша Волков – значит она в паре именно с ним. Выше Маши Лебедевой четверо мальчиков, двое из которых уже заняты, а один – её брат. Остаётся только Илья Морозов. Поняв про эту пару, мы видим, что остались только Оля Соколова и Кирилл Лебедев, они и образуют последнюю пару.

Задача 4.
Максимальный балл за задание – 4, штраф за неверный выбор клетки – 1 балл, не более 3 ошибок.

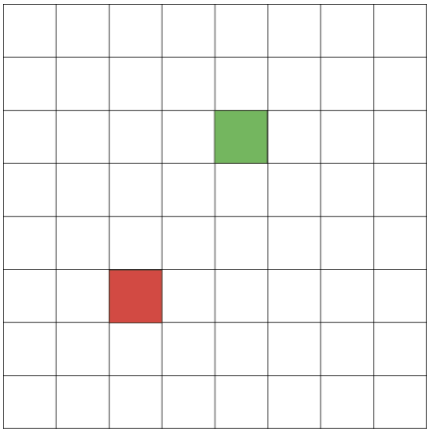
4.1. За один шаг робот может сдвинуться на соседнюю клетку по вертикали или по горизонтали. Известно, что для попадания в зелёную клетку самым быстрым способом роботу надо сделать три шага, а до красной клетки – 4 шага. Отметьте все клетки, где мог стоять робот.



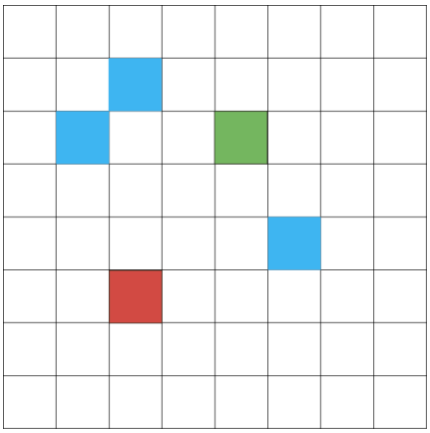
Ответ:



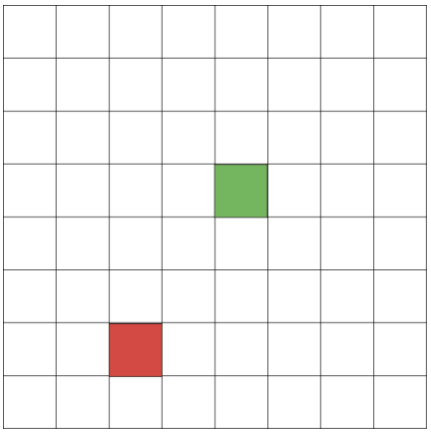
4.2. За один шаг робот может сдвинуться на соседнюю клетку по вертикали или по горизонтали. Известно, что для попадания в зелёную клетку самым быстрым способом роботу надо сделать три шага, а до красной клетки – 4 шага. Отметьте все клетки, где мог стоять робот.



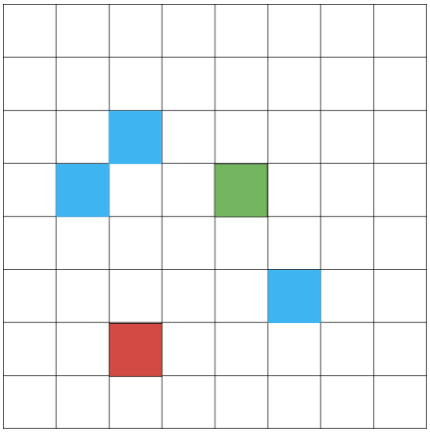
Ответ:



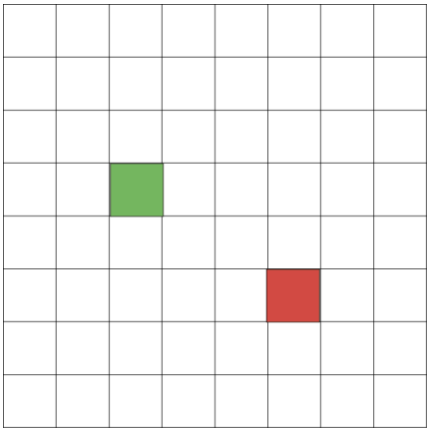
4.3. За один шаг робот может сдвинуться на соседнюю клетку по вертикали или по горизонтали. Известно, что для попадания в зелёную клетку самым быстрым способом роботу надо сделать три шага, а до красной клетки – 4 шага. Отметьте все клетки, где мог стоять робот.



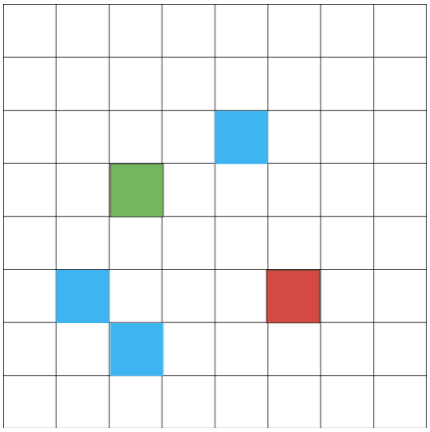
Ответ:



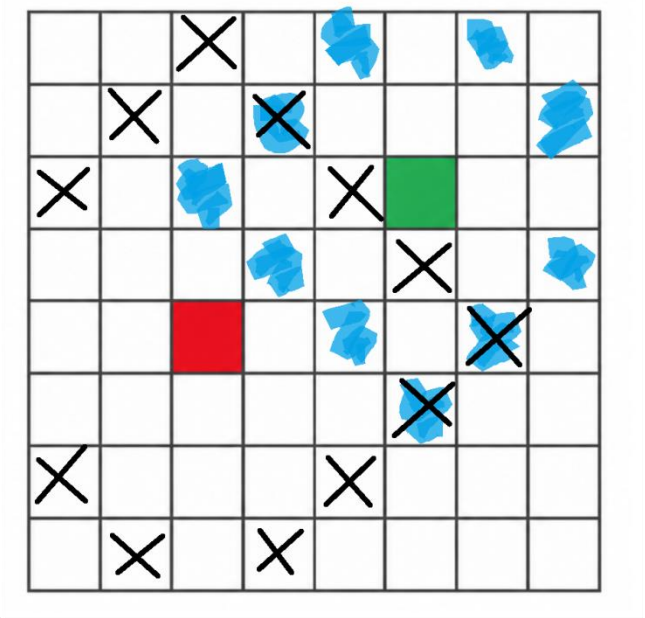
4.4. За один шаг робот может сдвинуться на соседнюю клетку по вертикали или по горизонтали. Известно, что для попадания в зелёную клетку самым быстрым способом роботу надо сделать три шага, а до красной клетки – 4 шага. Отметьте все клетки, где мог стоять робот.



Ответ:



Решение 4.1.
Отметим клетки, из которых можно добраться до зелёной за три шага, синим цветом, а клетки, из которых можно добраться до красной за 4 шага – крестиком. Нам подходят те клетки, что отмечены оба раза, их ровно три.



Задача 5.
4 балла за верный ответ, частичных баллов нет.

5.1. Приведите пример четырёх последовательных четырёхзначных чисел, в записи которых использовано ровно 10 цифр 3.
Ответ:
3328, 3329, 3330, 3331;
или
3338, 3339, 3340, 3341.

5.2. Приведите пример четырёх последовательных четырёхзначных чисел, в записи которых использовано ровно 10 цифр 4.
Ответы:
4438, 4439, 4440, 4441;
или
4448, 4449, 4450, 4451.

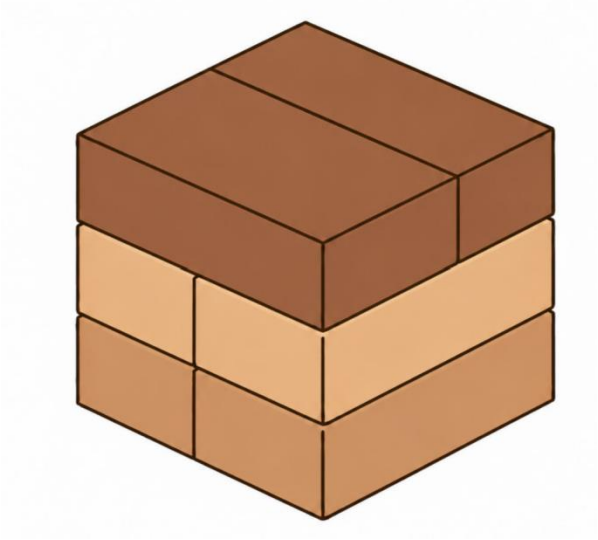
5.3. Приведите пример четырёх последовательных четырёхзначных чисел, в записи которых использовано ровно 10 цифр 5.
Ответы:
5548, 5549, 5550, 5551;
или
5558, 5559, 5560, 5561.

5.4. Приведите пример четырёх последовательных четырёхзначных чисел, в записи которых использовано ровно 10 цифр 6.
Ответы:
6658, 6659, 6660, 6661;
или
6668, 6669, 6670, 6671.

Комментарий 5.1.
Заметим, что количество троек в двух соседних цифрах может отличаться только на 1: это может быть в двух случаях: если последняя цифра 3, тогда во всех остальных числах последняя не 3, и если в каком-то числе последняя одна или несколько цифр 9, и при переходе через разряд сменилась цифра предыдущего разряда (была 2, стала 3 или была 3, а стала 4). Первый случай не даст результата, т.к. в этом случае только одно число содержит больше троек, но $2 + 2 + 2 + 3 < 10$, $3 + 3 + 3 + 4 > 10$.
Разберём вторую ситуацию. Чтобы общее количество троек оказалось равно 10, должны быть два числа с двумя тройками и два числа с тремя тройками. Если в первых двух числах две тройки, а в третьем уже три, то третье число это 3330, тогда числа это 3328, 3329, 3330, 3331.
Если вначале в числах три тройки, а потом становится две, то последнее число с тремя тройками это 3339, тогда получаем набор: 3338, 3339, 3340, 3341.

Задача 6.
4 балла за верный ответ, частичных баллов нет.

Рисунок к задачам 6.1, 6.2, 6.3, 6.4.



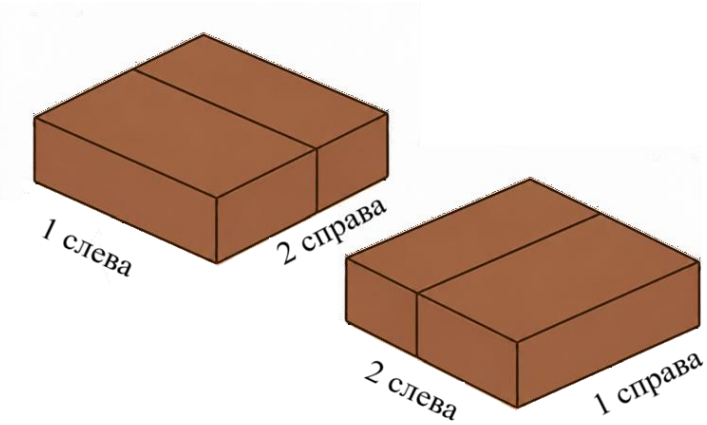
6.1. Из брусочков $1 \times 2 \times 1$ сложили башню. В каждом слое по 2 брусочка. Спереди видно 25 брусочков, а слева 32 брусочка, какая высота башни? (Высота брусочка равна 1.)
Ответ: 19.

6.2. Из брусочков $1 \times 2 \times 1$ сложили башню. В каждом слое по 2 брусочка. Спереди видно 31 брусочек, а слева 35 брусочков, какая высота башни? (Высота брусочка равна 1.)
Ответ: 22.

6.3. Из брусочков $1 \times 2 \times 1$ сложили башню. В каждом слое по 2 брусочка. Спереди видно 29 брусочков, а слева 40 брусочков, какая высота башни? (Высота брусочка равна 1.)
Ответ: 23.

6.4. Из брусочков $1 \times 2 \times 1$ сложили башню. В каждом слое по 2 брусочка. Спереди видно 34 брусочка, а слева 29 брусочков, какая высота башни? (Высота брусочка равна 1.)
Ответ: 21.

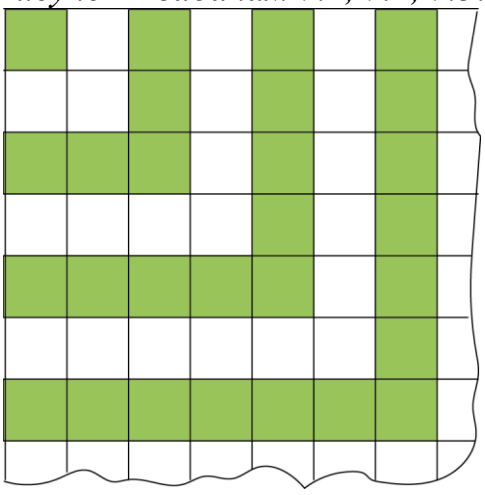
Решение 6.1.
Посмотрим на один «этаж» башни.



Если брусочки в нём лежат как на первом рисунке, то мы видим слева один брусочек, а справа – два брусочка. Если они лежат наоборот, то мы видим слева два брусочка, а справа – один. В любом случае в сумме мы видим три брусочка. Получается каждый новый «этаж» добавляет в общую сумму видимых слева плюс справа брусочков ровно 3 штуки. В итоге по условию мы видим в нашей башне в сумме слева и справа 25 + 32 = 57 брусочков. Значит «этажей» в три раза меньше: 57 : 3 = 19.
Ответ: высота башни равна 19.

Задача 7.
4 балла за верный ответ, частичных баллов нет.

Рисунок к задачам 7.1, 7.2, 7.3.

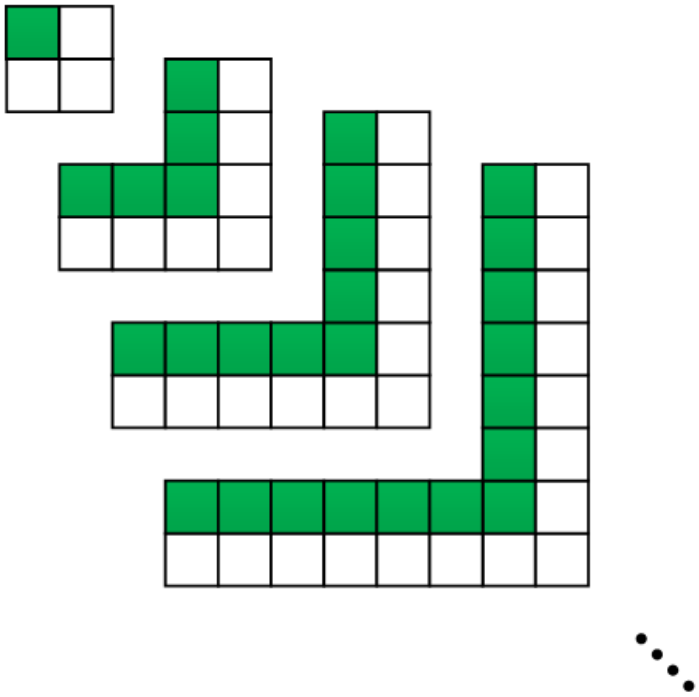


7.1. Дно квадратного бассейна выложено квадратными плитками двух цветов, как показано на рисунке. Всего использовано 900 плиток. На сколько больше понадобилось белых плиток, чем зелёных?
Ответ: 30.

7.2. Дно квадратного бассейна выложено квадратными плитками двух цветов, как показано на рисунке. Всего использовано 400 плиток. На сколько больше понадобилось белых плиток, чем зелёных?
Ответ: 20.

7.3. Дно квадратного бассейна выложено квадратными плитками двух цветов, как показано на рисунке. Всего использовано 1600 плиток. На сколько больше понадобилось белых плиток, чем зелёных?
Ответ: 40.

Решение 7.1.
Т.к. всего 900 плиток, а бассейн квадратный, то размер бассейна 30 × 30 (вдоль стороны лежит 30 плиток).
Разобьем квадрат на «уголки» толщины 2 следующим образом:



Всего получится 15 «уголков». В каждом из них белых плиток на 2 больше, чем зелёных. Значит всего белых плиток на 15 · 2 = 30 плиток больше.

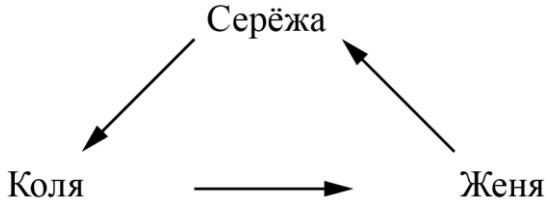
Задача 8.
4 балла за полностью верный ответ, частичных баллов нет.

8.1. К 1 июня трём друзьям мамы купили новые кепки: Серёже – синюю, Коле – красную, а Жене – жёлтую. Каждое утро Серёжа гуляет с Колей и обменивается с ним кепками, а каждый вечер Серёжа гуляет с Женей и меняется кепками с ним. Кепка какого цвета окажется у каждого из ребят после 28 дней таких прогулок (после вечерней прогулки)?
Ответ: у Серёжи – жёлтая, у Коли – синяя, у Жени – красная.

8.2. К 1 июня трём друзьям мамы купили новые кепки: Серёже – синюю, Коле – красную, а Жене – жёлтую. Каждое утро Серёжа гуляет с Колей и обменивается с ним кепками, а каждый вечер Серёжа гуляет с Женей и меняется кепками с ним. Кепка какого цвета окажется у каждого из ребят после 29 дней таких прогулок (после вечерней прогулки)?
Ответ: у Серёжи – красная, у Коли – жёлтая, у Жени – синяя

8.3. К 1 июня трём друзьям мамы купили новые кепки: Серёже – красную, Коле – синюю, а Жене – жёлтую. Каждое утро Серёжа гуляет с Колей и обменивается с ним кепками, а каждый вечер Серёжа гуляет с Женей и меняется кепками с ним. Кепка какого цвета окажется у каждого из ребят после 31 дня таких прогулок (после вечерней прогулки)?
Ответ: у Серёжи – жёлтая, у Коли – красная, у Жени – синяя.

Решение 8.1.
Поставим мальчиков по кругу:
Посмотрим, что происходит за день: Если утром у Жени утром была кепка 1, у Серёжи кепка 2, а у Коли кепка 3, то вечером Женина кепка 1 оказывается у Серёжи, Серёжина кепка 2 – у Коли, а Колина кепка 3 – у Жени. Т.е. мальчики меняются кепками «по кругу»:



Таким образом, через 3 дня обменов у каждого мальчика оказывается его собственная кепка. Так каждые 3 дня ситуация возвращается к исходной. Через 27 дней у каждого будет его собственная кепка, а после 28 дня у Серёжи окажется Женина жёлтая кепка, у Жени – Колина красная, у Коли – Серёжина синяя.