ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИКА. 2026–2027 уч. г.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 7 КЛАСС

Задача 1.1. Куб $3\times3\times3$ составлен из единичных кубиков. Из него вынули кубик, находившийся в середине одного из рёбер большого куба. Затем всю поверхность получившегося тела, включая четыре новые квадратные грани выемки, покрасили, после чего тело разобрали на единичные кубики.

Сколько кубиков имеют ровно 2 окрашенные грани?

Вариант 1.2. Куб $4\times4\times4$ составлен из единичных кубиков. Из него вынули один из двух кубиков, не являющихся угловыми и находящихся на одном ребре большого куба. Затем всю поверхность получившегося тела, включая четыре новые квадратные грани выемки, покрасили, после чего тело разобрали на единичные кубики. Сколько кубиков имеют ровно 2 окрашенные грани?

Вариант 1.3. Куб $3\times3\times3$ составлен из единичных кубиков. Из него вынули кубик, находившийся в центре одной из граней большого куба. Затем всю поверхность получившегося тела, включая пять новых квадратных граней выемки, покрасили, после чего тело разобрали на единичные кубики. Сколько кубиков имеют ровно 2 окрашенные грани?

Вариант 1.4. Куб $4\times4\times4$ составлен из единичных кубиков. Из него вынули один из четырёх кубиков, не примыкающих к рёбрам и находящихся на одной грани большого куба. Затем всю поверхность получившегося тела, включая пять новых квадратных граней выемки, покрасили, после чего тело разобрали на единичные кубики. Сколько кубиков имеют ровно 2 окрашенные грани?

Задача 2.1. Только в одной из четырёх коробок A, B, C, D лежит ключ. На коробках написано следующее:

A: «Ключ не в коробке A»;

B: «Ключ в коробке A или C»;

C: «Ключ не в коробке B»;

D: «Ключ в коробке D».

Известно, что ровно одна из этих надписей истинна. В какой коробке находится ключ?

Вариант 2.2. Только в одной из четырёх коробок A, B, C, D лежит ключ. На коробках написано следующее:

A: «Ключ в коробке A»;

B: «Ключ не в коробке B»;

C: «Ключ в коробке B или D»;

D: «Ключ не в коробке C».

Известно, что ровно одна из этих надписей истинна. В какой коробке находится ключ?

Вариант 2.3. Только в одной из четырёх коробок A, B, C, D лежит ключ. На коробках написано следующее:

A: «Ключ не в коробке D»;

B: «Ключ в коробке B»;

C: «Ключ не в коробке C»;

D: «Ключ в коробке A или C».

Известно, что ровно одна из этих надписей истинна. В какой коробке находится ключ?

Вариант 2.4. Только в одной из четырёх коробок A, B, C, D лежит ключ. На коробках написано следующее:

A: «Ключ в коробке B или D»;

B: «Ключ не в коробке A»;

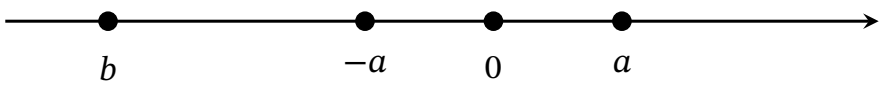
C: «Ключ в коробке C»;

D: «Ключ не в коробке D».

Известно, что ровно одна из этих надписей истинна. В какой коробке находится ключ?

Задача 3.1. На числовой оси отмечены точки, соответствующие числам b, $-a$ и a (см. рис.). Какие утверждения верны? Выберите все подходящие варианты:

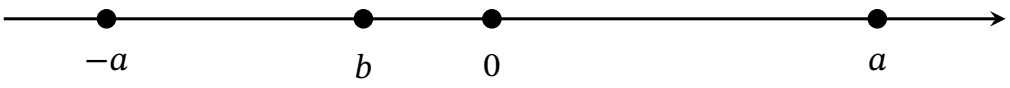
1. $ab > 0$;
2. $a + b < 0$;
3. $\frac{a}{b} < 0$;
4. $a - b > 0$;
5. $a + 2b > 0$;
6. $b(a - b) < 0$.



К задаче 3.1

Вариант 3.2. На числовой оси отмечены точки, соответствующие числам b, $-a$ и a (см. рис.). Какие утверждения верны? Выберите все подходящие варианты:

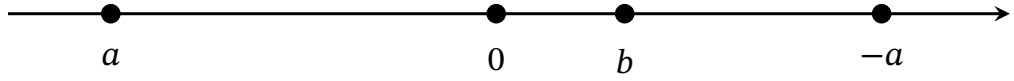
1. $ab > 0$;
2. $a + b < 0$;
3. $\frac{a}{b} < 0$;
4. $a - b > 0$;
5. $2a + b > 0$;
6. $b(a - b) < 0$.



К задаче 3.2

Вариант 3.3. На числовой оси отмечены точки, соответствующие числам b, $-a$ и a (см. рис.). Какие утверждения верны? Выберите все подходящие варианты:

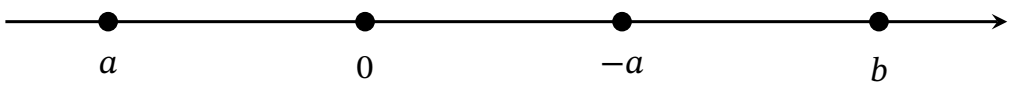
1. $ab > 0$;
2. $a + b < 0$;
3. $\frac{a}{b} < 0$;
4. $a - b > 0$;
5. $2a + b > 0$;
6. $b(a - b) < 0$.



К задаче 3.3

Вариант 3.4. На числовой оси отмечены точки, соответствующие числам b, $-a$ и a (см. рис.). Какие утверждения верны? Выберите все подходящие варианты:

1. $ab > 0$;
2. $a + b < 0$;
3. $\frac{a}{b} < 0$;
4. $a - b > 0$;
5. $a + 2b > 0$;
6. $b(a - b) < 0$.

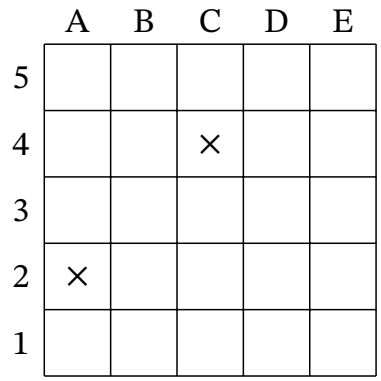


К задаче 3.4

Задача 4.1. Каждая клетка квадрата обозначена буквой столбца и номером строки. За один шаг можно перейти из клетки в соседнюю клетку, имеющую с ней общую сторону. Расстоянием между двумя клетками называется наименьшее число шагов, необходимое для перехода из одной клетки в другую.

На рисунке крестиками отмечены клетки $A2$ и $C4$.

Какие клетки находятся на расстоянии 3 как от клетки $A2$, так и от клетки $C4$? Выберите все подходящие варианты:

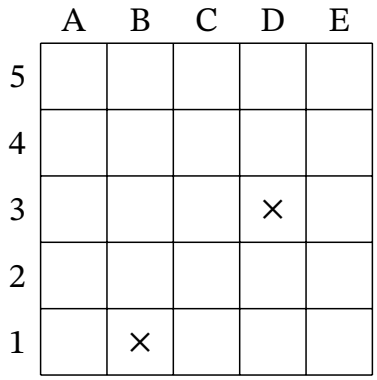


К задаче 4.1

Вариант 4.2. Каждая клетка квадрата обозначена буквой столбца и номером строки. За один шаг можно перейти из клетки в соседнюю клетку, имеющую с ней общую сторону. Расстоянием между двумя клетками называется наименьшее число шагов, необходимое для перехода из одной клетки в другую.

На рисунке крестиками отмечены клетки $B1$ и $D3$.

Какие клетки находятся на расстоянии 3 как от клетки $B1$, так и от клетки $D3$? Выберите все подходящие варианты:



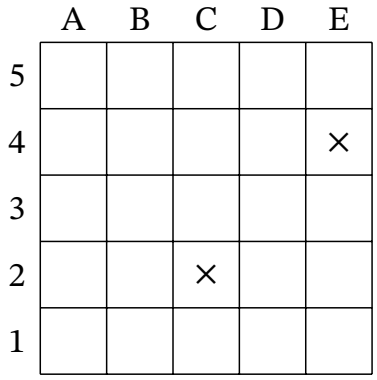
К задаче 4.2

Вариант 4.3. Каждая клетка квадрата обозначена буквой столбца и номером строки. За один шаг можно перейти из клетки в соседнюю клетку, имеющую с ней общую сторону. Расстоянием между двумя клетками называется наименьшее число шагов, необходимое для перехода из одной клетки в другую.

,

На рисунке крестиками отмечены клетки $C2$ и $E4$.

Какие клетки находятся на расстоянии 3 как от клетки $C2$, так и от клетки $E4$? Выберите все подходящие варианты:

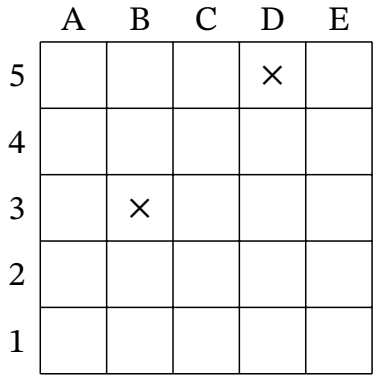


К задаче 4.3

Вариант 4.4. Каждая клетка квадрата обозначена буквой столбца и номером строки. За один шаг можно перейти из клетки в соседнюю клетку, имеющую с ней общую сторону. Расстоянием между двумя клетками называется наименьшее число шагов, необходимое для перехода из одной клетки в другую.

На рисунке крестиками отмечены клетки $B3$ и $D5$.

Какие клетки находятся на расстоянии 3 как от клетки $B3$, так и от клетки $D5$? Выберите все подходящие варианты:



К задаче 4.4

Задача 5.1. Код камеры хранения состоит из пяти различных цифр и имеет вид $\overline{abcde}$, причём первая цифра не равна нулю. Известно, что

$$a + b = 12, \qquad b - c = 5, \qquad d = 2c, \qquad e = a + d,$$

а сам код делится на 9. Восстановите код.

Вариант 5.2. Код камеры хранения состоит из пяти различных цифр и имеет вид $\overline{abcde}$, причём первая цифра не равна нулю. Известно, что

$$a + b = 8, \qquad b - c = 2, \qquad d = 2c, \qquad e = a + d,$$

а сам код делится на 9. Восстановите код.

Вариант 5.3. Код камеры хранения состоит из пяти различных цифр и имеет вид $\overline{abcde}$, причём первая цифра не равна нулю. Известно, что

$$a + b = 10, \qquad b - c = 5, \qquad d = 3c, \qquad e = a + d,$$

а сам код делится на 9. Восстановите код.

Вариант 5.4. Код камеры хранения состоит из пяти различных цифр и имеет вид $\overline{abcde}$, причём первая цифра не равна нулю. Известно, что

$$a + b = 7, \qquad b - c = 4, \qquad d = 4c, \qquad e = a + d,$$

а сам код делится на 9. Восстановите код.

Задача 6.1. На доске нарисован прямоугольник площади 130. Оказалось, что если длинную сторону уменьшить на 2, а короткую увеличить на 2, то прямоугольник станет квадратом. Найдите площадь получившегося квадрата.

Вариант 6.2. На доске нарисован прямоугольник площади 96. Оказалось, что если длинную сторону уменьшить на 1, а короткую увеличить на 1, то прямоугольник станет квадратом. Найдите площадь получившегося квадрата.

Вариант 6.3. На доске нарисован прямоугольник площади 230. Оказалось, что если длинную сторону уменьшить на 2, а короткую увеличить на 2, то прямоугольник станет квадратом. Найдите площадь получившегося квадрата.

Вариант 6.4. На доске нарисован прямоугольник площади 300. Оказалось, что если длинную сторону уменьшить на 3, а короткую увеличить на 3, то прямоугольник станет квадратом. Найдите площадь получившегося квадрата.

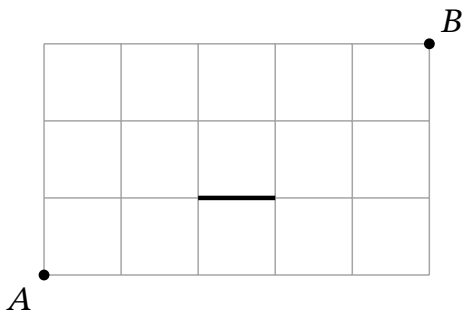
Задача 7.1. Наибольший общий делитель двух натуральных чисел равен одному из этих чисел, а их произведение равно 7776. Какое наибольшее значение может принимать наименьшее из этих чисел?

Вариант 7.2. Наибольший общий делитель двух натуральных чисел равен одному из этих чисел, а их произведение равно 3456. Какое наибольшее значение может принимать наименьшее из этих чисел?

Вариант 7.3. Наибольший общий делитель двух натуральных чисел равен одному из этих чисел, а их произведение равно 3375. Какое наибольшее значение может принимать наименьшее из этих чисел?

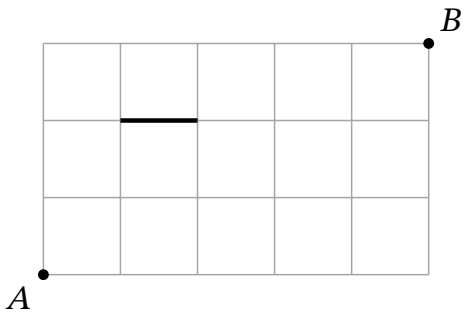
Вариант 7.7.4. Наибольший общий делитель двух натуральных чисел равен одному из этих чисел, а их произведение равно 1215. Какое наибольшее значение может принимать наименьшее из этих чисел?

Задача 8.1. Робот может передвигаться по линиям сетки только вправо или вверх. Сколькими способами он может пройти из точки A в точку B, не проходя по участку, отмеченному на рисунке жирной линией?



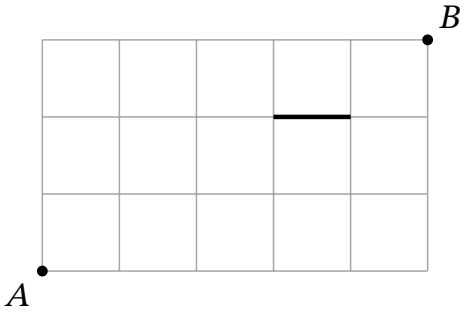
К задаче 8.1

Вариант 8.2. Робот может передвигаться по линиям сетки только вправо или вверх. Сколькими способами он может пройти из точки A в точку B, не проходя по участку, отмеченному на рисунке жирной линией?



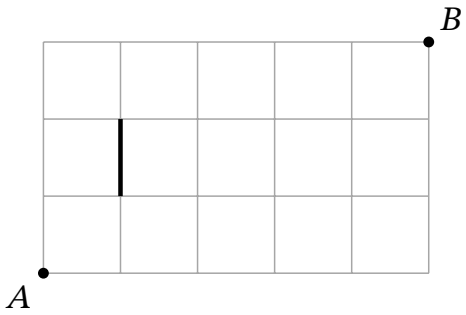
К задаче 8.2

Вариант 8.3. Робот может передвигаться по линиям сетки только вправо или вверх. Сколькими способами он может пройти из точки A в точку B, не проходя по участку, отмеченному на рисунке жирной линией?



К задаче 8.3

Вариант 8.4. Робот может передвигаться по линиям сетки только вправо или вверх. Сколькими способами он может пройти из точки A в точку B, не проходя по участку, отмеченному на рисунке жирной линией?



К задаче 8.4