ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИКА. 2026–2027 уч. г.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 8 КЛАСС

Задача 1.1. Куб $11 \times 11 \times 11$ составлен из единичных кубиков. Через его центр проложили три прямых тоннеля сечением 1×1: каждый тоннель соединяет центры двух противоположных граней, а направления тоннелей попарно перпендикулярны. Для этого все единичные кубики, через которые проходят тоннели, вынули.

Сколько кубиков вынули?

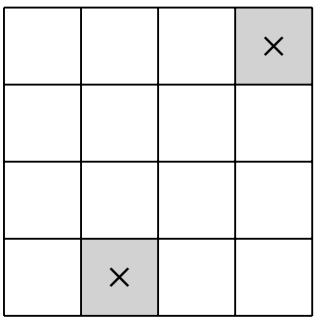
Вариант 1.2. Куб $9 \times 9 \times 9$ составлен из единичных кубиков. Через его центр проложили три прямых тоннеля сечением 1×1: каждый тоннель соединяет центры двух противоположных граней, а направления тоннелей попарно перпендикулярны. Для этого все единичные кубики, через которые проходят тоннели, вынули. Сколько кубиков вынули?

Вариант 1.3. Куб $13 \times 13 \times 13$ составлен из единичных кубиков. Через его центр проложили три прямых тоннеля сечением 1×1: каждый тоннель соединяет центры двух противоположных граней, а направления тоннелей попарно перпендикулярны. Для этого все единичные кубики, через которые проходят тоннели, вынули. Сколько кубиков вынули?

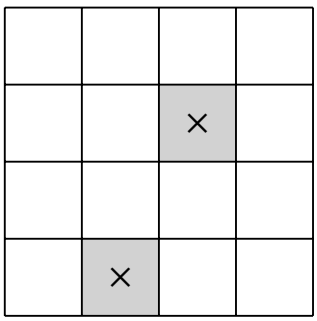
Вариант 1.4. Куб $15 \times 15 \times 15$ составлен из единичных кубиков. Через его центр проложили три прямых тоннеля сечением 1×1: каждый тоннель соединяет центры двух противоположных граней, а направления тоннелей попарно перпендикулярны. Для этого все единичные кубики, через которые проходят тоннели, вынули. Сколько кубиков вынули?

Задача 2.1. Пол зала разбит на 4×4 квадратные клетки. В двух клетках, отмеченных на рисунке, стоят колонны. Остальную часть пола покрывают плитками 1×2 клетки без наложений и зазоров. Плитки можно поворачивать.

Сколькими способами можно уложить плитки?



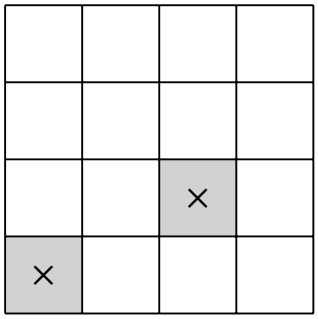
К задаче 2.1



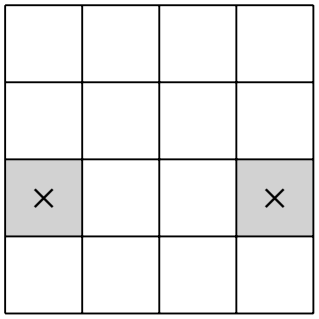
К задаче 2.2

Вариант 2.2. Пол зала разбит на 4×4 квадратные клетки. В двух клетках, отмеченных на рисунке, стоят колонны. Остальную часть пола покрывают плитками 1×2 клетки без наложений и зазоров. Плитки можно поворачивать. Сколькими способами можно уложить плитки?

Вариант 2.3. Пол зала разбит на 4 × 4 квадратные клетки. В двух клетках, отмеченных на рисунке, стоят колонны. Остальную часть пола покрывают плитками 1 × 2 клетки без наложений и зазоров. Плитки можно поворачивать. Сколькими способами можно уложить плитки?



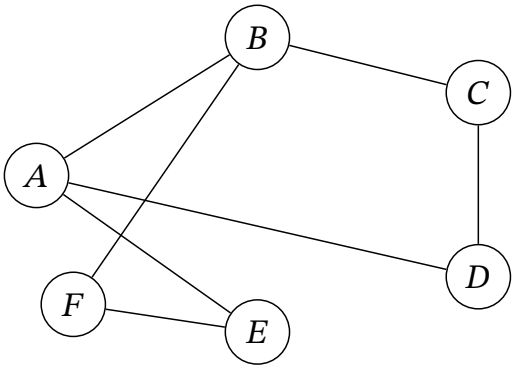
К задаче 2.3



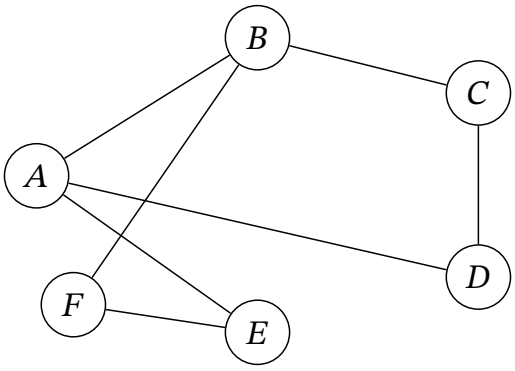
К задаче 2.4

Вариант 2.4. Пол зала разбит на 4 × 4 квадратные клетки. В двух клетках, отмеченных на рисунке, стоят колонны. Остальную часть пола покрывают плитками 1 × 2 клетки без наложений и зазоров. Плитки можно поворачивать. Сколькими способами можно уложить плитки?

Задача 3.1. На схеме показаны уже проложенные каналы связи между пунктами A,B,C,D,E,F. Требуется проложить ровно два новых канала так, чтобы к этим пунктам подходило 4,3,3,3,3,2 канала соответственно (к пункту A – 4 канала, пункту B – 3 канала, и т.д.). Проведите недостающие каналы.



К задаче 3.1

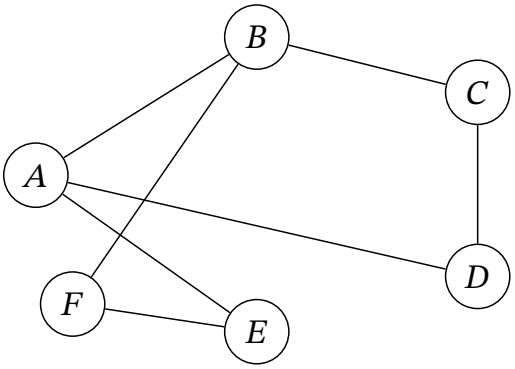


К задаче 3.2

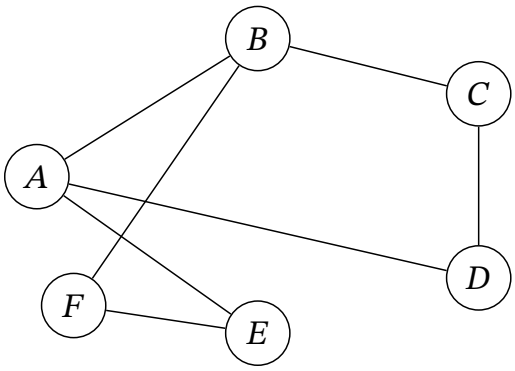
Вариант 3.2. На схеме показаны уже проложенные каналы связи между пунктами A, B, C, D, E, F. Требуется проложить ровно два новых канала так, чтобы к этим пунктам подходило 4, 4, 3, 3, 2, 2 канала соответственно (к пункту A – 4 канала, пункту 4 – 3 канала, и т.д.). Проведите недостающие каналы.

Вариант 3.3. На схеме показаны уже проложенные каналы связи между пунктами A, B, C, D, E, F. Требуется проложить ровно два новых канала так, чтобы к этим пунктам подходило 4, 3, 3, 2, 3, 3 канала соответственно (к пункту A – 4 канала, пункту B – 3 канала, и т.д.). Проведите недостающие каналы.

Ответ: AF и CE. (7 баллов)



К задаче 3.3



К задаче 3.4

Задача 3.4. На схеме показаны уже проложенные каналы связи между пунктами A, B, C, D, E, F. Требуется проложить ровно два новых канала так, чтобы к этим пунктам подходило 3, 4, 3, 3, 3, 2 канала соответственно (к пункту A – 3 канала, пункту B – 4 канала, и т.д.). Проведите недостающие каналы.

Задача 4.1. Три автоматических датчика записывают показания в журнал:

датчик	первое время записи	период
A	2 мин	6 мин
B	6 мин	8 мин
C	5 мин	9 мин

Время отсчитывается от запуска системы. Найдите первые два момента, в которые все три датчика сделают запись одновременно. Ответ выразите в минутах.

Вариант 4.2. Три автоматических датчика записывают показания в журнал:

датчик	первое время записи	период
A	3 мин	4 мин
B	5 мин	6 мин
C	2 мин	9 мин

Время отсчитывается от запуска системы. Найдите первые два момента, в которые все три датчика сделают запись одновременно. Ответ выразите в минутах.

Вариант 4.3. Три автоматических датчика записывают показания в журнал:

датчик	первое время записи	период
A	2 мин	5 мин
B	1 мин	8 мин
C	7 мин	10 мин

Время отсчитывается от запуска системы. Найдите первые два момента, в которые все три датчика сделают запись одновременно. Ответ выразите в минутах.

Вариант 4.4. Три автоматических датчика записывают показания в журнал:

датчик	первое время записи	период
A	6 мин	7 мин
B	2 мин	9 мин
C	8 мин	12 мин

Время отсчитывается от запуска системы. Найдите первые два момента, в которые все три датчика сделают запись одновременно. Ответ выразите в минутах.

Задача 5.1. Трёхзначный код обладает следующими свойствами.

- Если первую цифру перенести в конец, число увеличится на 477.
- Если цифры записать в обратном порядке, число увеличится на 297.
- Исходный код делится на 11.

Найдите исходный код.

Вариант 5.2. Трёхзначный код обладает следующими свойствами.

- Если первую цифру перенести в конец, число увеличится на 189.
- Если цифры записать в обратном порядке, число увеличится на 99.
- Исходный код делится на 11.

Найдите исходный код.

Вариант 5.3. Трёхзначный код обладает следующими свойствами.

- Если первую цифру перенести в конец, число увеличится на 576.
- Если цифры записать в обратном порядке, число увеличится на 396.
- Исходный код делится на 11.

Найдите исходный код.

Вариант 5.4. Трёхзначный код обладает следующими свойствами.

- Если первую цифру перенести в конец, число увеличится на 468.
- Если цифры записать в обратном порядке, число увеличится на 198.
- Исходный код делится на 11.

Найдите исходный код.

Задача 6.1.

Сколько существует пар натуральных чисел $(a; b)$, для которых одновременно НОД$(a; b) =$ 6 и НОК$(a; b) = 6300$?

Пары $(a; b)$ и $(b; a)$ при $a \neq b$ считаются различными.

Вариант 6.2.

Сколько существует пар натуральных чисел $(a; b)$, для которых одновременно НОД$(a; b) =$ 8 и НОК$(a; b) = 7560$?

Пары $(a; b)$ и $(b; a)$ при $a \neq b$ считаются различными.

Вариант 6.3.

Сколько существует пар натуральных чисел $(a; b)$, для которых одновременно НОД$(a; b) =$ 12 и НОК$(a; b) = 27720$?

Пары $(a; b)$ и $(b; a)$ при $a \neq b$ считаются различными.

Вариант 6.4.

Сколько существует пар натуральных чисел $(a; b)$, для которых одновременно НОД$(a; b) =$ 15 и НОК$(a; b) = 18900$?

Пары $(a; b)$ и $(b; a)$ при $a \neq b$ считаются различными.

Задача 7.1. В треугольнике ABC $\angle BAC = 41°$. На стороне AC выбрана точка D, отличная от C, так, что $BD = BC$. На стороне AB выбрана точка E, отличная от B, так, что $CE = CB$. Отрезки BD и CE пересекаются в точке P. Найдите угол $\angle BPC$. Ответ выразите в градусах.

Вариант 7.2. В треугольнике ABC $\angle BAC = 37°$. На стороне AC выбрана точка D, отличная от C, так, что $BD = BC$. На стороне AB выбрана точка E, отличная от B, так, что $CE = CB$. Отрезки BD и CE пересекаются в точке P. Найдите угол $\angle BPC$.

Вариант 7.3. В треугольнике ABC $\angle BAC = 48°$. На стороне AC выбрана точка D, отличная от C, так, что $BD = BC$. На стороне AB выбрана точка E, отличная от B, так, что $CE = CB$. Отрезки BD и CE пересекаются в точке P. Найдите угол $\angle BPC$.

Вариант 7.4. В треугольнике ABC $\angle BAC = 53°$. На стороне AC выбрана точка D, отличная от C, так, что $BD = BC$. На стороне AB выбрана точка E, отличная от B, так, что $CE = CB$. Отрезки BD и CE пересекаются в точке P. Найдите угол $\angle BPC$.

Задача 8.1. Число x таково, что $x^3 + 4x = 8$. Найдите $x^7 + 64x^2 + 5$.

Вариант 8.2. Число x таково, что $x^3 + 4x = 8$. Найдите $x^7 + 64x^2 + 6$

Вариант 8.3. Число x таково, что $x^3 + 4x = 8$. Найдите $x^7 + 64x^2 + 7$.

Вариант 8.4. Число x таково, что $x^3 + 4x = 8$. Найдите $x^7 + 64x^2 + 8$.