ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИКА. 2026–2027 уч. г.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 9 КЛАСС

Задача 1.1. Пять участников забега финишировали без ничьих. Известно, что

- Андрей не был ни первым, ни последним;
- Витя финишировал непосредственно перед Андреем;
- Боря занял место на две позиции ниже, чем Витя;
- Дима финишировал раньше Глеба;
- Глеб не был последним.

Расположите участников в том порядке, в котором они финишировали.

Вариант 1.2. Пять участников забега финишировали без ничьих. Известно, что

- Боря не был ни первым, ни последним;
- Дима финишировал непосредственно перед Борей;
- Глеб занял место на две позиции ниже, чем Дима;
- Андрей финишировал раньше Вити;
- Витя не был последним.

Расположите участников в том порядке, в котором они финишировали.

Вариант 1.3. Пять участников забега финишировали без ничьих. Известно, что

- Витя не был ни первым, ни последним;
- Глеб финишировал непосредственно перед Витей;
- Дима занял место на две позиции ниже, чем Глеб;
- Боря финишировал раньше Андрея;
- Андрей не был последним.

Расположите участников в том порядке, в котором они финишировали.

Вариант 1.4. Пять участников забега финишировали без ничьих. Известно, что

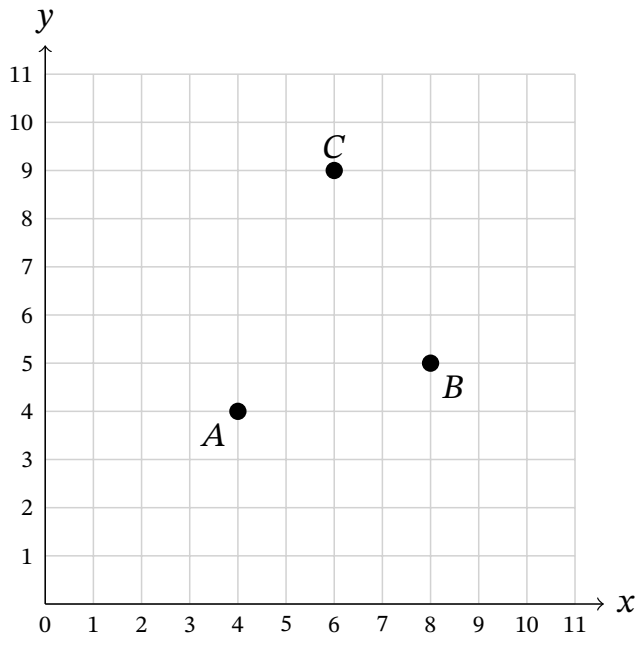
- Дима не был ни первым, ни последним;
- Андрей финишировал непосредственно перед Димой;
- Витя занял место на две позиции ниже, чем Андрей;
- Глеб финишировал раньше Бори;
- Боря не был последним.

Расположите участников в том порядке, в котором они финишировали.

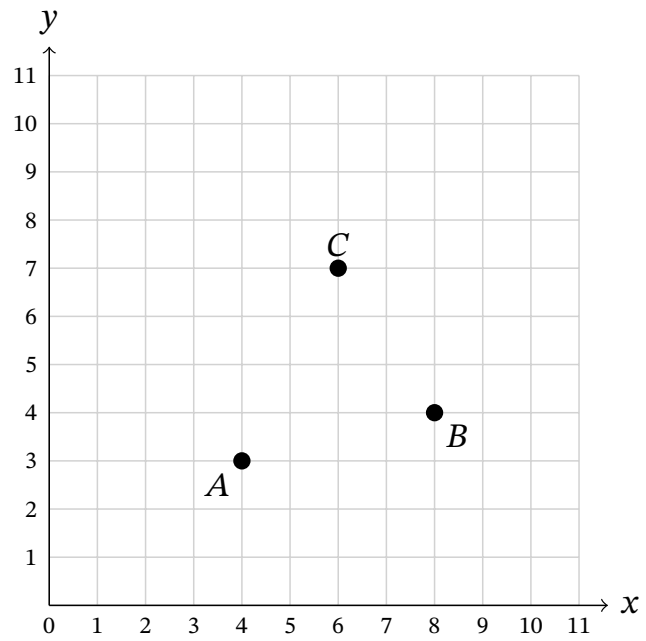
Задача 2.1. Точки $A = (4, 4)$, $B = (8, 5)$ и $C = (6, 9)$ являются тремя вершинами параллелограмма, но неизвестно, какие из них соседние, а какие противоположные.

(а) Напишите все возможные положения четвёртой вершины D.

(б) Найдите сумму площадей получившихся параллелограммов.



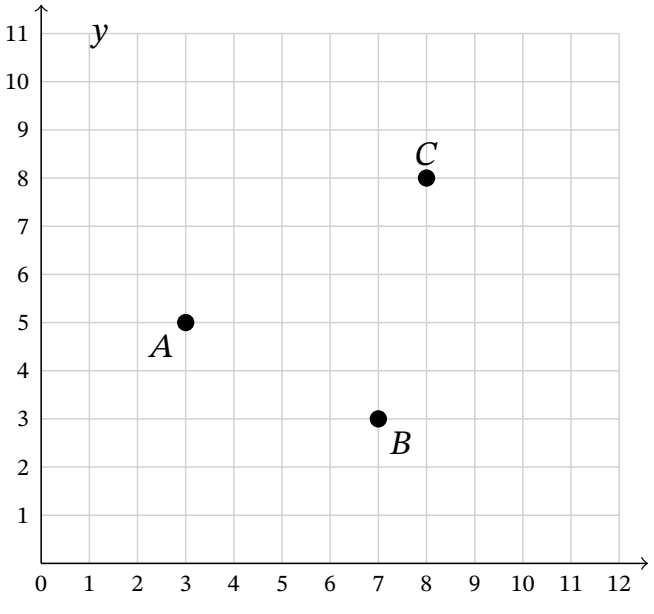
К задаче 2.1



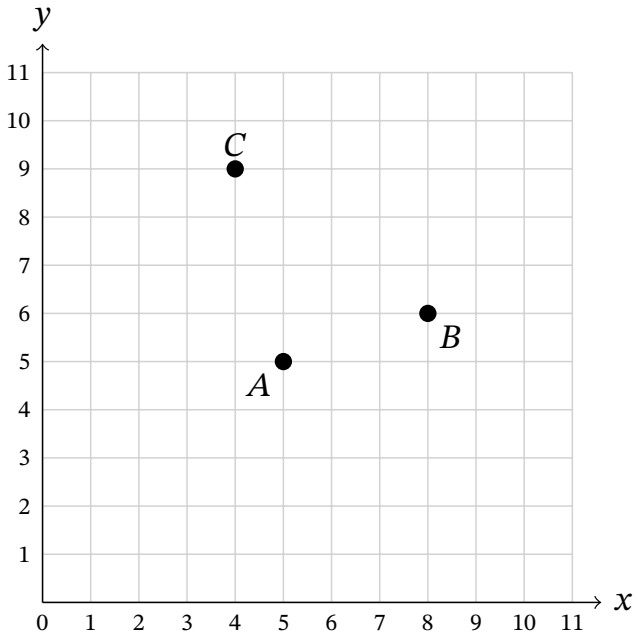
К задаче 2.2

Вариант 2.2. Точки $A = (4, 3)$, $B = (8, 4)$ и $C = (6, 7)$ являются тремя вершинами параллелограмма, но неизвестно, какие из них соседние, а какие противоположные. **(а)** Напишите все возможные положения четвёртой вершины D. **(б)** Найдите сумму площадей получившихся параллелограммов.

Вариант 2.3. Точки $A = (3, 5)$, $B = (7, 3)$ и $C = (8, 8)$ являются тремя вершинами параллелограмма, но неизвестно, какие из них соседние, а какие противоположные. **(а)** Напишите все возможные положения четвёртой вершины D. **(б)** Найдите сумму площадей получившихся параллелограммов.



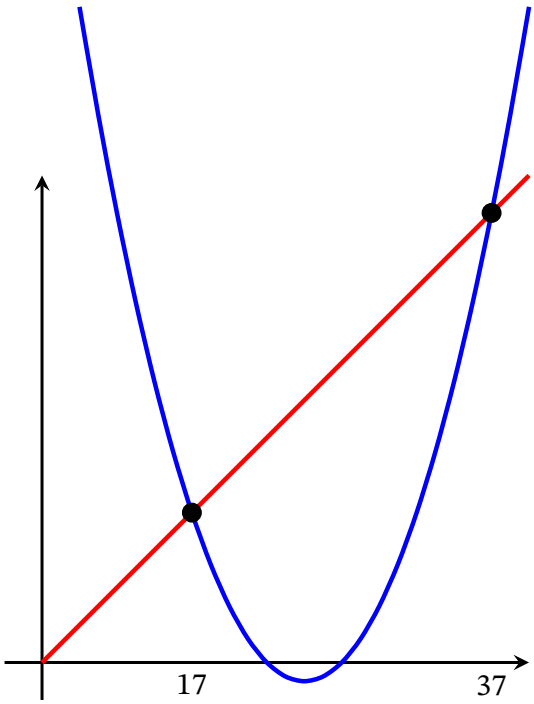
К задаче 2.3



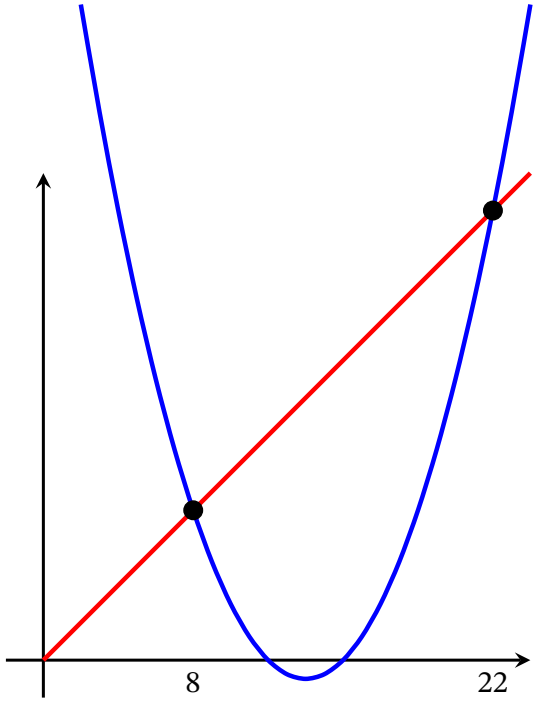
К задаче 2.4

Вариант 2.4. Точки $A = (5, 5), B = (8, 6)$ и $C = (4, 9)$ являются тремя вершинами параллелограмма, но неизвестно, какие из них соседние, а какие противоположные. **(а)** Напишите все возможные положения четвёртой вершины D. **(б)** Найдите сумму площадей получившихся параллелограммов.

Задача 3.1. График приведённого квадратного трёхчлена пересекает биссектрису первой координатной четверти в точках с абсциссами 17 и 37. Найдите абсциссу вершины этого трёхчлена.



К задаче 3.1

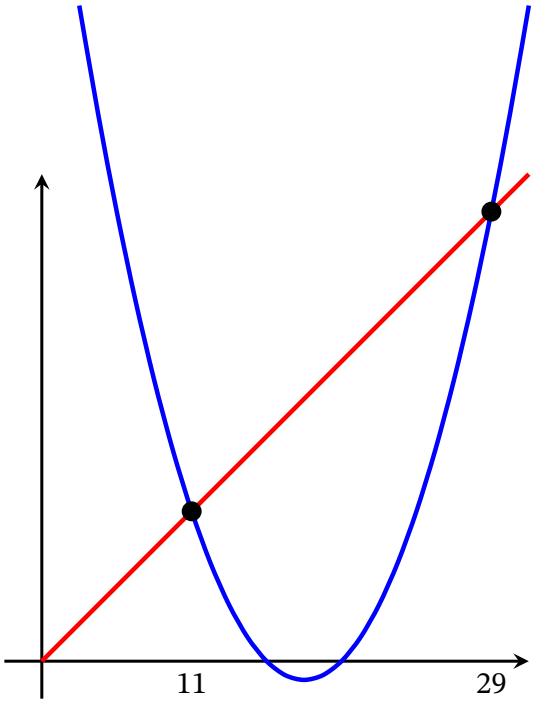


К задаче 3.2

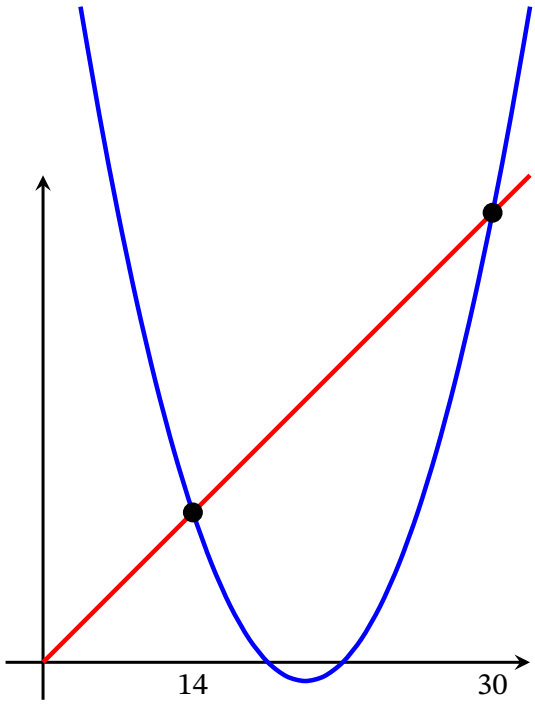
Вариант 3.2. График приведённого квадратного трёхчлена пересекает биссектрису первой координатной четверти в точках с абсциссами 8 и 22. Найдите абсциссу вершины этого трёхчлена.

Вариант 3.3. График приведённого квадратного трёхчлена пересекает биссектрису первой координатной четверти в точках с абсциссами 11 и 28. Найдите абсциссу вершины этого трёхчлена.

Вариант 3.4. График приведённого квадратного трёхчлена пересекает биссектрису первой координатной четверти в точках с абсциссами 14 и 30. Найдите абсциссу вершины этого трёхчлена.



К задаче 3.3



К задаче 3.4

Задача 4.1. Отметьте несколько клеток в этом квадрате 4×4 так, чтобы никакие две отмеченные клетки не имели общей точки, а сумма чисел в отмеченных клетках была максимально возможной.

5	6	7	8
16	17	18	9
15	20	19	10
14	13	12	11

К задаче 4.1

Вариант 4.2. Отметьте несколько клеток в этом квадрате 4 × 4 так, чтобы никакие две отмеченные клетки не имели общей точки, а сумма чисел в отмеченных клетках была максимально возможной.

Вариант 4.3. Отметьте несколько клеток в этом квадрате 4 × 4 так, чтобы никакие две отмеченные клетки не имели общей точки, а сумма чисел в отмеченных клетках была максимально возможной.

Вариант 4.4. Отметьте несколько клеток в этом квадрате 4 × 4 так, чтобы никакие две отмеченные клетки не имели общей точки, а сумма чисел в отмеченных клетках была максимально возможной.

34	35	36	25
33	40	37	26
32	39	38	27
31	30	29	28

К задаче 4.2

51	52	53	54
50	59	60	55
49	58	57	56
48	47	46	45

К задаче 4.3

68	69	70	71
67	78	79	72
66	77	80	73
65	76	75	74

К задаче 4.4

Задача 5.1. Сумма двух натуральных чисел равна 330, их наибольший общий делитель равен 30, а наименьшее общее кратное равно 900. Найдите эти числа.

Вариант 5.2. Сумма двух натуральных чисел равна 144, их наибольший общий делитель равен 12, а наименьшее общее кратное равно 420. Найдите эти числа.

Вариант 5.3. Сумма двух натуральных чисел равна 162, их наибольший общий делитель равен 18, а наименьшее общее кратное равно 360. Найдите эти числа.

Вариант 5.4. Сумма двух натуральных чисел равна 275, их наибольший общий делитель равен 25, а наименьшее общее кратное равно 600. Найдите эти числа.

Задача 6.1. На доске записаны числа 1 и 1. За один ход разрешается прибавить одно из записанных чисел к другому, заменив второе число полученной суммой. За какое наименьшее число ходов можно получить на доске пару чисел 93 и 161?

Вариант 6.2. На доске записаны числа 1 и 1. За один ход разрешается прибавить одно из записанных чисел к другому, заменив второе число полученной суммой. За какое наименьшее число ходов можно получить пару чисел 93 и 25?

Вариант 6.3. На доске записаны числа 1 и 1. За один ход разрешается прибавить одно из записанных чисел к другому, заменив второе число полученной суммой. За какое наименьшее число ходов можно получить пару чисел 43 и 68?

Вариант 6.4. На доске записаны числа 1 и 1. За один ход разрешается прибавить одно из записанных чисел к другому, заменив второе число полученной суммой. За какое наименьшее число ходов можно получить пару чисел 143 и 25?

Задача 7.1. Даны 100 карточек с числами $1, 2, \ldots, 100$. Для каждой пары карточек Петя выписал на доску их сумму и разность. Так на доске оказались выписаны 9900 чисел. Какие числа выписаны на доске ровно 60 раз?

Вариант 7.2. Даны 80 карточек с числами $1, 2, \ldots, 80$. Для каждой пары карточек Петя выписал на доску их сумму и разность. Так на доске оказались выписаны 6320 чисел. Какие числа выписаны на доске ровно 48 раз?

Вариант 7.3. Даны 120 карточек с числами $1, 2, \ldots, 120$. Для каждой пары карточек Петя выписал на доску их сумму и разность. Так на доске оказались выписаны 14280 чисел. Какие числа выписаны на доске ровно 72 раза?

Вариант 7.4. Даны 90 карточек с числами $1, 2, \ldots, 90$. Для каждой пары карточек Петя выписал на доску их сумму и разность. Так на доске оказались выписаны 8010 чисел. Какие числа выписаны на доске ровно 54 раза?

Задача 8.1. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $\angle ABD = \angle ACD = 90°$. Перпендикуляр к AD, проведённый из точки B, пересекает отрезок AC в точке K. Найдите длину отрезка KC, если $AB = 7$, $AK = 2$.

Вариант 8.2. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $\angle ABD = \angle ACD = 90°$. Перпендикуляр к AD, проведённый из точки B, пересекает отрезок AC в точке K. Найдите длину отрезка KC, если $AB = 6$, $AK = 2$.

Вариант 8.3. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $\angle ABD = \angle ACD = 90°$. Перпендикуляр к AD, проведённый из точки B, пересекает отрезок AC в точке K. Найдите длину отрезка KC, если $AB = 8$, $AK = 4$.

Вариант 8.4. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $\angle ABD = \angle ACD = 90°$. Перпендикуляр к AD, проведённый из точки B, пересекает отрезок AC в точке K. Найдите длину отрезка KC, если $AB = 9$, $AK = 3$.